

定常流中の円柱周囲の波—航走波への応用—

東洋建設(株)

正員 倉田 克彦

, 大阪市立大学工学部

正員 小田 一紀

日本港湾コンサルタント

正員 〇北南 胤亮

, 日本道路公団

里架 一浩

1. まえがき 著者らは、これまでの航走波の最大波高および最大周期に関する実験的な検討より、フルード数があまり大きくない範囲では(i)船首波が卓越する、(ii)水深の如何にかかわらず、航走波は深海波として取り扱うことができる、(iii)最大波高には船の吃水はほとんど影響しない、という結果を得ている。静水中をある一定速度で進む船とそれが起す航走波との相対的な位置関係は時間によって変わらず、船から見た航走波は定常状態にある。そこでFrが小さい範囲の深海波の性質をもつ航走波に注目し、船首部のみあるいは船体形状を円あるいは楕円に置き換えて、一様流中の円あるいは楕円柱によって生じる波が、どの程度航走波の特性を説明できるかを調べた。

2. 円柱周囲の波 図-1に示すように速度 V なる一様定常流中に水底から静水面上まで直立している直径 $D=2a$ なる円柱周囲の流の場について考える。

円柱周囲の流の場の速度ポテンシャル Φ を次式のよ
うに表わす。

$$\Phi = \psi + \phi \quad (1)$$

ψ : 流速 V なる一様定常流の速度ポテンシャル $= V \cdot r \cdot \cos \theta$

ϕ : 円柱の存在によって生じる擾乱に対する速度ポ
テンシャル

ϕ は次のラプラスの方程式を満足する。

$$\phi_{rr} + \frac{1}{r} \phi_r + \frac{1}{r^2} \phi_{\theta\theta} + \phi_{zz} = 0 \quad (\text{流体全域において}) \quad (2)$$

円柱の遠方では水面変動量は小さく、2次以上の微小項 図-1 一様定常流中の円柱
を省略できるとすれば、水面における条件は以下のようなになる。

$$\eta + \frac{1}{2g} \{ 2V \cos \theta \cdot \phi_r - 2 \frac{V}{r} \sin \theta \cdot \phi_\theta \} = 0 \quad (z=0) \quad (3)$$

$$\phi_z = V \cos \theta - V \sin \theta \cdot \frac{1}{r} \eta_0 \quad (z=0) \quad (4)$$

ここで、 η : 水面変動量

水底における条件は次式で与えられる。

$$\phi_z = 0 \quad (z \rightarrow -\infty) \quad (5)$$

円柱表面において、

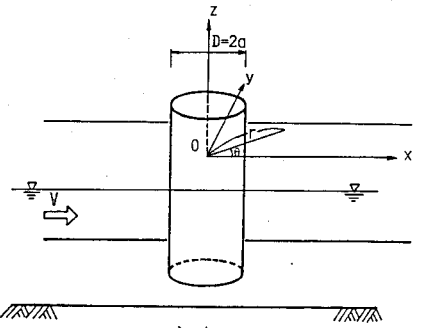
$$\phi_r + V \cos \theta = 0 \quad (r=a, -\infty \leq z \leq 0) \quad (6)$$

更に $r \rightarrow \infty$ では水面変動がないという放射条件を課す。

式(2)の解および式(3)ならびに放射条件により、円柱より遠方における外的解 ϕ_{out} は次のように求まる。

$$\phi_{out} = \sum_{n=2}^{\infty} \{ A_n J_n(kr) + B_n Y_n(kr) \} \cos n\theta \cdot e^{kz} \quad A_n, B_n \text{ は積分定数} \quad (7)$$

Katsuhiko KURATA, Kazuki ODA, Taneaki KITAURA, Kazuhiro SATOFUKA.



円柱近傍における内的解 ϕ_{in} は次式のように求まる。

$$\phi_{in} = \sum_{n=0}^{\infty} [a_n' (r/d)^n + a_n'' (r/d)^{-n}] \cos n\theta \cdot Z_1(z) + [b_n' + b_n'' \log(r/d)] Z_2(z) \quad (8)$$

積分定数 a_n' , a_n'' , b_n' , b_n'' は式(4)より定まる。なお、 $Z_1(z)$, $Z_2(z)$ はそれぞれそのみの関数である。外的解の内的限界と内的解の外的限界を等置することにより、すなわち $\phi_{in}|_{r \rightarrow \infty} = \phi_{out}|_{r=0}$ より、積分定数 A_n , B_n ならびに $Z_1(z)$, $Z_2(z)$ が求まる。 ϕ_{out} が定まれば円柱より遠方での水面変動量 η および波数 k が式(3)および式(4)より得られる。

$$\eta/D = -\frac{2}{3} F_L^2 \{J_0(k_1 r) - J_2(k_1 r) \cos 2\theta\} - \frac{8\pi}{27 F_L^2} \{Y_0(k_1 r) - Y_2(k_1 r) \cos 2\theta\}, \quad F_L = \frac{V^2}{g \cdot D} \quad (9)$$

$$k_1 D = \frac{4}{3 F_L^2} \quad (10)$$

深海波については、 $L = \frac{g T^2}{2\pi}$ (11)なる関係が成り立つので、式(10)と式(11)より円柱から遠方での水面変動の波長に相等する周期 T が次式のように求まる。

$$T = \frac{\sqrt{3} \pi \cdot V}{g} \quad (12)$$

3. 楕円柱周囲の波 船幅 B_s と同じ短軸長さ $2B$ と、船長 L_s と同じ長軸長さ $2A$ を持つ楕円柱によって船体形状を近似する。Joukowski変換を用いれば、直径 D なる円柱周囲の流れ場を、短軸長さ $2B$ 、長軸長さ $2A$ なる楕円柱周囲の流れ場に変換することができる。

4. 実験結果と計算結果との比較

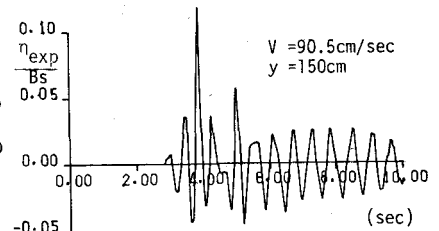
4-1 最大周期 式(12)による計算値と実験値とを比較した結果では、 $F_r < 0.8$ の範囲では、航走波は深海波的であるので両者は比較的良好一致し、その差は10%以下である。 $1.0 > F_r > 0.8$ では、航走波は浅海波的になるため両者の差は25%程度となる。いま、式(10)および式(12)を浅海波に対して適合するよう次のように補正する。

$$k_1 D = \frac{4}{3 F_L^2 \tanh k_1 h} \quad (13), \quad L = \frac{g T^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (14)$$

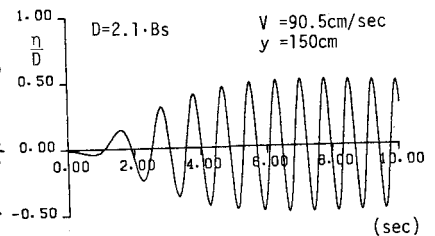
式(13)および式(14)による値は実験値と一致し、その差は10%程度である。

4-2 最大波高 $B_s = 14.3 \text{ cm}$, $L_s = 46.7 \text{ cm}$ なる模型船を $V = 90.5 \text{ cm/sec}$ で走らせた時の針路からの距離 $y = 150 \text{ cm}$ での航走波の波形の実験値と計算値を、それぞれ図-2(a)および図-2(b)に表わす。図-2(a)に示すように静水中に伝播してきた航走波による水面変動は、静水状態から、短い時間で最大の振幅を生じ、その後減衰するという典型的な遷移現象である。一方図-2(b)に示すように式(9)による水面変動は、このような急激な振幅の増大ならびに減衰を示さず、緩やかな現象となる。

4-3 波高の変化 図-3に $V = 75.0 \text{ cm/sec}$ の場合の針路からの距離による最大波高の変化を示す。横軸は式(12)による波長 L と針路からの距離 y との比 y/L である。波高は y/L の $-1/3$ 乗に従って減小しており、これは図中の破線で示す実験結果とよく一致している。



(a) 実験結果



(b) 計算結果

図-2 航走波の波形

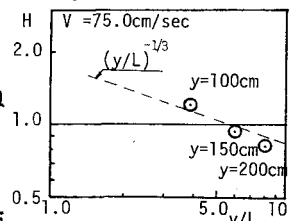


図-3 最大波高の伝播距離による変化