

2列柱体列からの波の反射と透過

大阪市立大学

正員 角野昇八

大阪市立大学

正員 小田一紀

(株)日本科学技術研究所

正員 岡部 功

1. まえかき 2列柱体列と波の干渉問題に関する既往の解としては、大楠による解¹⁾があるが、これは円柱列にしか適用できず、消波工でよく用いられているような矩形柱体からなる2列柱体列などには適用できない。本研究ではMatched Asymptotic Expansions (MAE) 法を用いて、断面が任意形状の柱体からなる2列柱体列の波の反射率、透過率の理論式を、ポテンシャル流理論の範囲内で求めたのでこれを紹介する。

2. 理論の誘導 図-1に対象の構造の概要を示す。

柱体断面は波長に比べて小さく、または、柱体列をすざる流れが一樣となる程大きいとする。水深を一定とすると、本問題は、無限遠及び柱体表面における境界条件、及び波の分散の条件の下に2次元ヘルムホルツ方程式の解 $F(x, y)$ を求めることに帰着される。この無限遠での境界条件は $x \rightarrow -\infty$ では入射波と反射波、 $x \rightarrow \infty$ では透過波のみが存在するということであり、これを式で表わすと、 $F(x, y) \rightarrow A e^{i k x} + P A e^{-i k x}$

($x \rightarrow -\infty$)...(1), $F(x, y) \rightarrow T A e^{i k x}$ ($x \rightarrow \infty$)...(2)となる。

ここで A は入射波の振幅に相当する複素定数、 P , T はそれぞれ複素反射率、複素透過率である。

MAE法の概念は、本問題では、構造物から遠く離れた点から眺めた解(外的解)、及びスリット近傍で眺めた解(内的解)を各々独立して求め、それらを接合(Matching)して解を見いださうというものである。まず外的解は、図-2

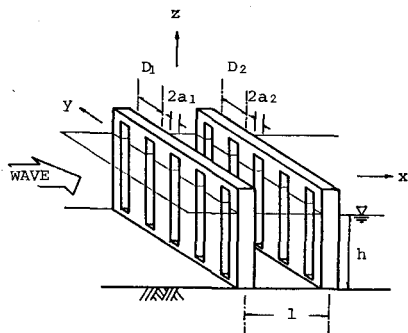


図-1 概要図

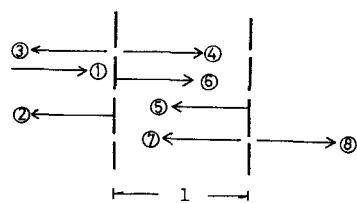


図-2 外的解

に示すような平板列構造のまわりの波を考えればよい。これらの波は、① $A e^{i k x}$ (入射波)、② $B e^{-i k x}$ (第1列の不透過部によって反射される波)、③ $P_1 e^{-i k x}$ (第1列のスリット部によって形成される波)、④ $-P_1 e^{i k x}$ (第1列のスリット部によって形成される波)、⑤ $Q_1 e^{-i k x}$ (第2列の不透過部によって反射される波)、⑥ $R_1 e^{i k x}$ (第1列の不透過部によって反射される波)、⑦ $B e^{-i k(x-l)}$ (第2列のスリット部によって形成される波)、⑧ $-P_2 e^{i k(x-l)}$ (第2列柱体列のスリット部によって形成される波)である。ここで A, B, P_1, Q_1, R_1, P_2 はそれぞれ複素定数で、 k は波数($2\pi/L$, L は波長)、 i は虚数単位である。スリット部によって形成される波(わまたしによる波と考えることかできる)は平面波で表わすことかでき、さらにそのわまたし強さを $m=1$ と考える場合はそれは $-i/2kD \cdot e^{i k x}$ と表わされる。³⁾そこで上の波の $P_1 = -i/2kD_1$ とあて、さらに図-2の平板列をすざる流れか無いと境界条

件を考慮すれば、上記の複素定数を関係づける式として、 $B = A \dots (3)$, $Q_1 = (-P_1 e^{i k l} + P_2 e^{2 i k l}) / (e^{-i k l} - e^{i k l}) \dots (4)$, $R_1 = (P_2 - P_1 e^{i k l}) / (e^{-i k l} - e^{i k l}) \dots (5)$ が得られる。従って例えば、柱行列の沖、岸側の波は、 $F(x, y) = A e^{i k x} + A e^{-i k x} + P_1 e^{-i k x} \quad (x \rightarrow \infty) \dots (6)$, $F(x, y) = -P_2 e^{i k (x-l)} \quad (x \rightarrow \infty) \dots (7)$ と表わすことができる。ここで式(1)と式(6), 式(3)と式(7)を等置すれば、 $A = A_1 \dots (8)$, $\rho = 1 + P_1 / A_1 \dots (9)$, $\tau = -P_2 e^{i k l} / A_1 \dots (10)$ となる。またこのような波(外的解)の Inner Limit はそれぞれの柱行列の沖岸両側で、 $F(x, y) \rightarrow 2A - i k x \quad (x \rightarrow 0_-) \dots (11)$, $F(x, y) \rightarrow P_2 e^{i k l} + Q_1 + R_1 - A(1 + i k x), \quad (x \rightarrow 0_+) \dots (12)$, $F(x, y) \rightarrow -P_1 e^{i k l} + Q_1 e^{-i k l} + R_1 e^{i k l} + P_2 + i k P_2 (x-l), \quad (x \rightarrow l_-) \dots (13)$, $F(x, y) \rightarrow P_2 - i k P_2 (x-l), \quad (x \rightarrow l_+) \dots (14)$ のように表わされる。さて内解については図-3に示すよう

な柱行列をすする流れを考える。内解の Outer Limit として、

柱行列の沖側では、 $F(x, y) \rightarrow U_j (x - G_j - l_j) + C_{0j} \quad (j=1, 2) \dots (15)$

また岸側では、 $F(x, y) \rightarrow U_j (x + G_j - l_j) + C_{0j} \quad (j=1, 2) \dots (16)$

を採用する。ここで U_j は一樣流部での流速、 C_{0j} は複素定数、

$j=1$ は1列目、 $j=2$ は2列目を指し、また $l_j=0$ である。

さらに G_j は "Blockage Coefficient" と呼ばれる理論定数であり、

柱体の断面形状が与えられれば、自動的に決まり、柱体表面の

境界条件はこの G_j を採用することによって満足されて

いる。Matching はそれぞれの柱行列において、外的解の

Inner Limit を表わす式と内解の Outer Limit を表わす

式を等置してなされ、その結果、 $A_1 (=A)$, P_2 が確定

されることになる。これらを(9),(10)へ代入し、さらに

その絶対値をとると、反射率 R , 透過率 T が得られ、

次式で表わされる。 $R = \sqrt{S/(S+1)} \dots (17)$, $T = \sqrt{1/(S+1)}$

$\dots (18)$, ここで $S = 2k^2 C_1^2 C_2^2 + k^2 C_1^2 + k^2 C_2^2 + (-2k^4 C_1^2 C_2^2 + 2k^2 C_1 C_2)$

$\times \cos 2k l + (-2k^3 C_1^2 C_2 - 2k^3 C_1 C_2^2) \sin 2k l$ である。

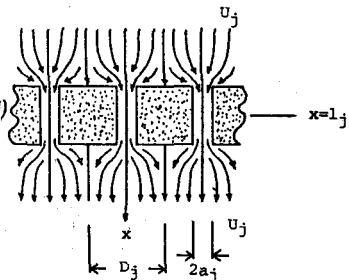


図-3 内解

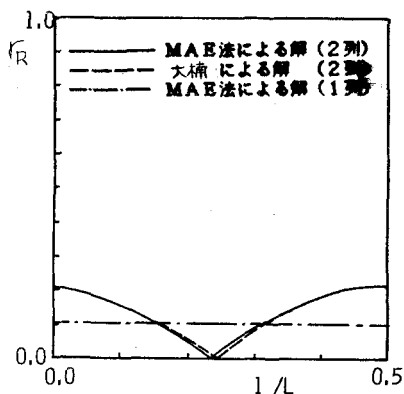


図-4 本手法による理論値と大楠の解の値 ($D_1/L = D_2/L = 0.01$, $2a_1/D_1 = 2a_2/D_2 = 0.5$)

3. 計算例、及び大楠の解¹⁾との比較 図-4に2列

の円柱列の反射率 R について、本手法による理論値と

大楠の解による値の計算例を示す。これらの場合の C_1 ,

C_2 としては、昨年の関支講で発表のもの⁴⁾を用い、また大楠の解における級数項は論文中で

指摘されているのと同じく2項までを採用した。また図中には、2列目の柱行列をとり去

った1列目の柱行列(その $2a_1/D_1$, D_1/L は2列の場合と同じ条件)のみによる R の値³⁾も示

した。同図によれば、両手法による値はよく一致しており、本手法の妥当性が示されている。

さらに2列と1列の場合の解を比較するとき、その値は大きく異なり、したがって2列と

1列とではその周辺の波長の挙動は全く異なっていることがわかる。

参考文献

- 1) 大楠, 西部造船会会報51号, 1976
- 2) Van Dyke, Perturbation Method in Fluid Mechanics, Academic Press, 1964
- 3) 角野他, 第31回海講, 1983
- 4) 角野他, 関支講, 1984