ソリトンモードに基づく海岸波浪の確率モデル

京都大学防災研究所　正員　土屋義人
岐阜大学工学部　正員　安田孝志
京都大学大学院　学生員　○篠田成郎

1.緒　言　　海の波は自然現象であり，そこには力学が存在するため，本質的には確定現象であると思われる．しかしながら，海の波に限らず一般の自然現象には様々な外的要因が外力として作用しており，それらすべての要因を力学的に確定した現象として評価することは不可能に近い．このため，海の波を不規則波として取扱う場合には，様々な外的要因を偶然外力と見なし，力学理論によって定義される波の素励起に対して確率の概念を導入するのがよいと思われる．すなわち，海の波の素励起に基づき，現在得られている知識あるいは情報を適切に評価することのできるモデルを仮定し，このモデルに対して統計的推測を行うことが必要になる．そこで本研究では，非線形不規則波浪の素励起に関する確率モデルを提案し，これによってうねり性の海岸波浪の巨視的特性が予測可能となることを示唆する．

2.確率モデルの概念　　海岸波浪を無数のソリトンの連なりと見る場合，その微視的状態は，各ソリトンの固有値および位相によって確定できる．しかしながら，深海域から浅海域へのモードの遷移機構が未解明であることに加え，ソリトンモードの励起が偶然外力下で行われることから，その初期状態を決定する固有値と位相が不確定量となる[1]．このようにソリトン群として波浪が形成されていると考える以上，個々のソリトンは独立な粒子として伝播するはずであるが，現実の波浪には波群が存在することが確かめられている．つまり，ソリトン群の初期状態において波群束縛は力学的に存在し得ないが，ソリトン構造を形成するに至る過程において波浪はいくつかの波群束縛を履歴として持っており，その影響を無視することは波群の存在を無視することになってしまう．そこでここでは，ソリトン群の粒子性と波群性という相反する２つの性質について，次のように考えることとする．波群構造は搬送波に対する束縛によって形成されるものであり，搬送波がソリトン化し独立粒子として伝播するようになれば，当然崩壊して行くものと思われる．したがって，ソリトン構造を持つうねりにみられる波群は包絡ソリトンの残影に過ぎず，非線形性と伝播距離の増大に伴ってソリトン構造の粒子性が顕在化していくものと考えられる．

以上の観点より，ソリトン群の初期状態における巨視的記述を可能にする確率モデルは，固有値と位相に対してソリトン群の粒子性と波浪の持つ過去の波群束縛の影響を取込んだ統計学的な扱いとして考えられることになる．

3.確率変数ベクトルの分布　　ソリトン群の配列を考慮した巨視的記述を行うために，次式で定義される確率過程モデルを考える．

$$\mathbf{u}_{j+1}=\mathbf{r}_j-\mathbf{u}_j,\quad \mathbf{u}_j=(a_j,\varepsilon_j),\quad \mathbf{r}_j=(X_j,Y_j),\quad j=1,\cdots,N-1 \qquad (1)$$

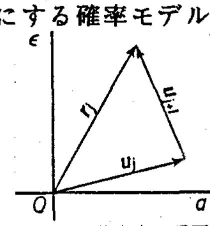

図-1　a－ε確率変数平面と確率変数ベクトルの定義

Yoshito TSUCHIYA・Takashi YASUDA・Seirou SHINODA

ここに，**u**および**r**は，図-1に示すように規準化された固有値aおよび確率誤差項[1] ε ($=\tau$ -a, τ; 規準化されたソリトン間隔）とによって作られるa－ε確率変数平面上における確率変数ベクトルであり，また N; ソリトンの個数である．式(1) の確率モデルは，ソリトン群の配列を規定する確率変数ベクトルが確率変数ベクトル**r**の確率的実現として決定されることを表す．すなわち，確率変数ベクトル**r**の確率分布を求めることによって，固有値分布および確率誤差項の分布のみならず，固有値の連および確率誤差項の連，つまり，ソリトン間隔の連の分布まで同時に評価することが可能となろう．ただし，間隔の連まで考慮する必然性がないため，以下では，固有値の連を評価するにとどめる．また，aとεが独立であることより，確率変数XとYも統計的に独立であると見なされ，**r**の確率密度関数は次式で求められることになる．

$$f(\mathbf{r}) = f(X,Y) = f_X(X)\,f_Y(Y) \tag{2}$$

ここに，$f_X(X)$および$f_Y(Y)$はそれぞれ確率変数XおよびYの確率密度関数である．すなわち，これらを求めることによって，式(2) は具体的に決定される．確率変数aおよびεの確率密度関数は，それぞれ次式で与えられる．

$$f_A(a) = \sum_k p(k)\,\delta(a-\alpha_k),\quad f_E(\varepsilon) = \{4\pi(1-\rho)\}^{-\frac{1}{2}}\exp\{-\varepsilon^2/4(1-\rho)\} \tag{3}$$

ここに，p(k); ソリトンの固有値分布，α_k; p(k) の k番目の階級値およびρ; 固有値と間隔の相関係数である．固有値の連特性に対応した隣り合うソリトンの固有値相互の相関関係を考慮して式(3) の特性関数を用いれば，XおよびYの確率密度関数が得られる．

$$f_X(X) = (4\pi\gamma)^{-\frac{1}{2}}\sum_{k_1}\sum_{k_2} p(k_1)p(k_2)\exp\{-(X-\alpha_{k_1}-\alpha_{k_2})^2/4\gamma\} \tag{4}$$

$$f_Y(Y) = \{8\pi(1-\rho)\}^{-\frac{1}{2}}\exp\{-Y^2/8(1-\rho)\} \tag{5}$$

ここに，γ; 隣り合う固有値の相関係数であり，$\gamma\to 0$ に対して式(4) は次式に収束する．

$$f_X(X) = \sum_{k_1}\sum_{k_2} p(k_1)p(k_2)\,\delta(X-\alpha_{k_1}-\alpha_{k_2}) \tag{6}$$

また，式(3) は平均値０および分散2(1-ρ）の正規分布を表すので，確率変数Yは，正規分布をなす２つの確率変数の和として式(5) の平均値０および分散4(1-ρ）の正規分布に従うことになる．

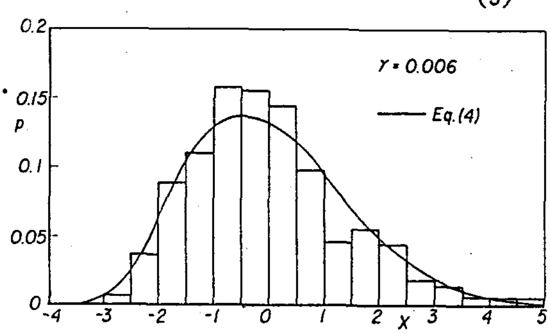

図-2　確率変数Xの標本分布と理論分布の比較

図-2は，京都大学防災研究所附属大潟波浪観測所で得られたうねり性の現地波浪に対して式(4) の適用性を検討したものである．これより，両者の対応は良好であり式(1) に基づく確率モデルの妥当性が検証される．

4.結　語　以上，海岸波浪を不確定な自然現象と考え，残影としての波群束縛が存在する場合を考慮したソリトン群の確率モデルを提案し，これによって海岸波浪を巨視的に表示することができることを示した．また，式(1) の表示からも明らかなようにこのモデルを海岸波浪のシミュレーションに応用することも可能であり，今後，現地波浪のソリトン表示を確立するに当り有用となろう．

〈参考文献〉 1) 土屋・安田・藤田：ソリトンスペクトル理論による海岸波浪の統計的特性，第30回海講論文集，pp.69-73,1983.