

Nonlinear Schroedinger方程式による波群構造の変形

京都大学防災研究所 正員 土屋義人 岐阜大学工学部 正員 安田孝志
 京都大学防災研究所 正員 山下隆男 日立造船 正員 〇芝野真次

1. 緒言 海岸波浪の非線形変調現象は、波群の形成機構を明かにし、海岸波浪の観測によって得られた連などの統計量との関連を明かにするうえでもその理論的解明が急がれている。そこで本研究では、屈折を含めた波群の二次元変形に対する基礎理論を以下に述べる。

2. 波群の基礎方程式 線形波の波数の保存則を X および Y で偏微分し、分散関係式を用い、さらに座標を波向方向 x とその直角方向 y にとると、屈折の方程式は次のように表わされる。

$$k X_{\xi} = -2K^2 h_x / (\sinh 2kh + 2kh), \quad k Y_{\xi} = -2K^2 h_y / (\sinh 2kh + 2kh) \quad (1)$$

また、前述の座標変換を波浪に対する基礎方程式に施し、Multiple Scale Perturbation 法を用いると、水深変化が緩やかな場合、波群に対する基礎方程式は結局次式で表わされる。

$$i A_{\xi_2} + \alpha A_{\tau\tau} + \beta |A|^2 A + \gamma A = 0 \quad (2)$$

ここに、 α , β , γ は水深と波の周期の関数で、 ξ_2 , τ は ξ , ξ の関数である。

3. 非線形Schroedinger方程式の特性 図-1に、(1)によって求めた平行海浜における屈折角の変化を示し、これによる各係数の水深変化を図-2~4に示す。 α は(3)から分散性を示すparameterであり、図-2より α の絶対値は $kh=2$ 付近まで漸増し、その後急激に減少することがわかる。これより、分散性は $kh=2$ 付近までは増大し、その後急激に減少する。同様に、 β は非線形性を示すparameterであり、図-3より周期による β の変化に違いはあるが一様に絶対値が小さくなって非線形性は減少する。そして、 $kh=1.36$ 付近でその符号を変える。このことはHasimotoらも指摘しており、数値的にも一致している。つぎに、 $A = B \exp(i\int y d\xi_2)$ とおくと(3)は B に関する方程式に書き換えられ、第4項は消失する。ここに、 γ は包絡波のshoaling効果を示すparameterであり、その水深変化は図-4より、 $kh=1.5$ 付近までは急増し、それ以後では逆に急減する。すなわち、

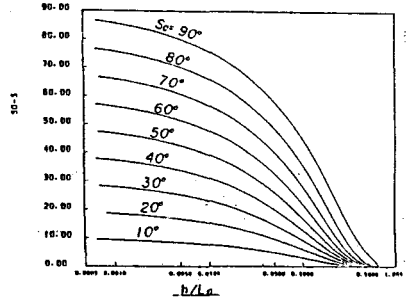


図-1 屈折角の変化

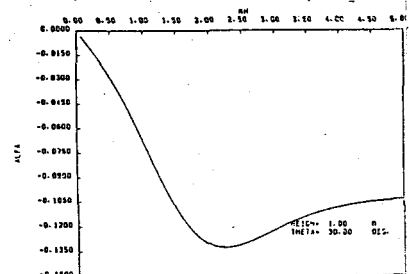


図-2 係数αの変化

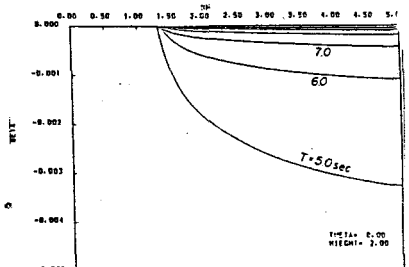


図-3 係数βの変化

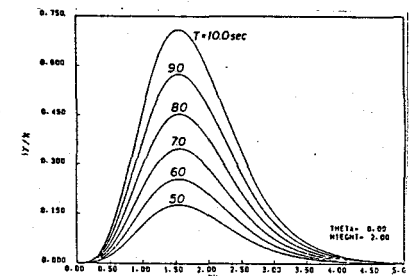


図-4 係数γの変化

Yoshito TSUCHIYA, Takashi YASUDA, Takao YAMASHITA, Shinji SHIBANO

包絡波は $kh=1.5$ 付近まではshoaling効果を強く受けるが、それ以浅ではむしろshoaling効果は小さくなるといえる。

4. 波群の変形 包絡波の理論解は α , β が同符号のとき、次式で表わされる。

$$A = \text{sech}\{(\beta/2\alpha)^{1/2} a_0 \tau\} \exp(i\beta a_0^2 \xi_2/2) \quad (4)$$

ただし、 a_0 は水位変動より一意的に決定される定数である。これを $\xi=0$ での初期波形とし、数値解析を行なった結果の一例を図-5に示す。図-5から包絡波形はほぼ一定で水深変化にほとんど影響されない。これは前述した係数 α および β の減少による効果と γ による効果、すなわち分散性と非線形性の減少がshoaling効果と釣り合っているためと理解される。そこで包絡波形の位相 $(\beta/2\alpha)^{1/2}$ を2倍にし同様の解析を行なったものを図-6に示す。これは理論解の1/2の巾をもつ包絡波を初期波形としたものであり、包絡波形は水深変化とともに平坦になっていく。これは包絡波の位相を2倍にし分散性の効果をより強めたため、包絡波形の平滑化をひき起こしたことによると推測される。しかし、波形勾配が小さな包絡波ではこの変化はほとんど見られなかった。逆に包絡波の位相を1/2にした場合の結果を図-7および図-8に示す。これらの場合はいずれも包絡波形の巾が理論解よりも広く、相対的に非線形性を強めた場合に相当し、水深変化にともない非線形性の影響で包絡波形は急になり、ついには3個の包絡ソリトンに分裂することが解る。図-8はさらに波形勾配を大きくした場合であり、強い非線形効果によって、包絡ソリトンの再帰現象がみられる。

5. 結語 以上本研究によって包絡波の理論解は分散性および非線形性の減少がshoaling効果と釣り合うため、水深変化に対して安定であるが、理論解よりも巾の狭いソリトンは水深変化によって平滑化し、巾の広いソリトンは分裂し再帰現象を起こすものもある事が解った。

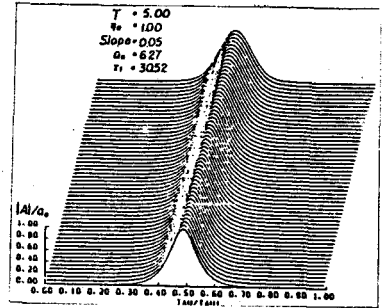


図-5 理論解の変化

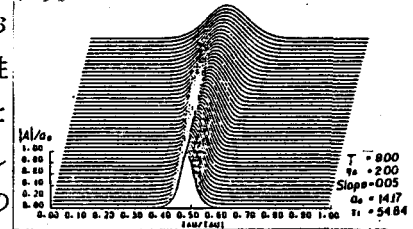


図-6 巾の狭い包絡波

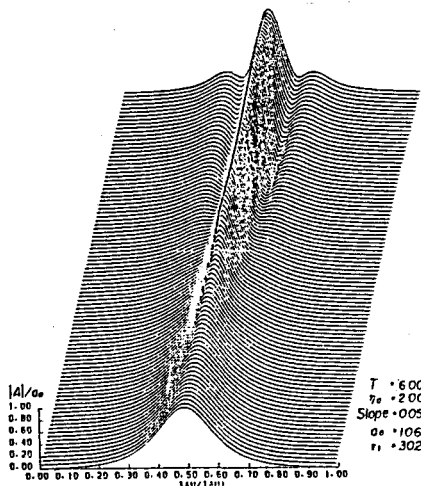


図-7 巾の広い包絡波-1

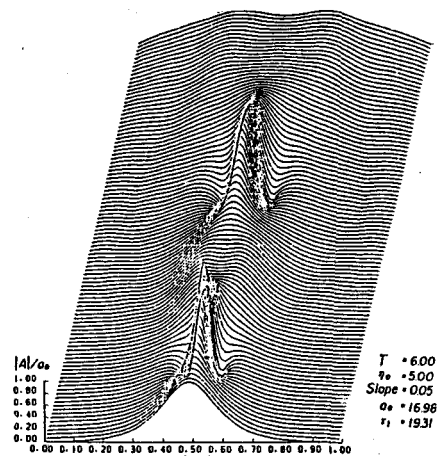


図-8 巾の広い包絡波-2

参考文献 ; Hasimoto, H. and H. Ono : J. Phys. Soc. Japan 33(1972), pp.805-811