

## 地下容度流における分散現象の数値解析(三, 三)

京都大学工学部 正員 岩佐 義朗 京都大学工学部 正員 綾 史郎  
建設省 正員 大西 巨 〇京都大学大学院 学生員 土屋 勉

1. はじめに; 近年, 良質な水資源の確保が問題となり, 地下水系の重要性が強く認識されてきている。本研究は, 自由水面の挙動を考慮した不圧浸透層における炭塩密度流の鉛直二次元数値解析モデルを示し, その非定常特性について検討したものである。

2. 数学モデルと数値解析法; 2.1 本研究では最速層を等質, 非圧縮性とし, 流体は非圧縮性, Boussinesq 近似が成立するものと仮定する。基礎方程式は次の様に表わせる。

① 連続方程式  $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$  — (1)

②運動方程式  $0 = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P}{\rho + q} \right) - \frac{1}{K_x} u - (z) \quad 0 = -\frac{P}{\rho_z} - \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{P}{\rho + q} \right) - \frac{1}{K_z} w - (3)$

③移流分散方程式 
$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(uC) + \frac{\partial}{\partial z}(wC) = \lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) + D_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (4)$$

④状态方程式  $\rho = (\rho_s - \rho_f)C + \rho_f$  — (5)

$\alpha = 12$ ,  $u$ ,  $w$ :  $x$  (水平),  $z$  (鉛直) 軸方向の Darcy 流速,  $P$ : 水の圧力,  $\rho_0$ : 基準密度 ( $= 1.00 \text{ g/cm}^3$ ),  
 $\rho_s$ : 塩分密度 ( $= 1.02 \text{ g/cm}^3$ ),  $g$ : 重力加速度,  $K_u$ ,  $K_w$ : それぞれ  $x$ ,  $z$  軸方向の透水係数,  $C$ :  
 塩分濃度,  $D_{ij}$ : 分散係数テンソル ( $i, j = x, z$ ) であり, 本研究では,  $D_{ij}$  は次の様に表示する。

$$D_{xx} = (A_u u^2 + A_w w^2) / |\nabla| \quad D_{\pm\pm} = D_{xx} = (A_u - A_w) u w / |\nabla| \quad D_{\pm\pm} = (A_u u^2 + A_w w^2) / |\nabla|$$

$$= 12, \quad |V| = \sqrt{U^2 + W^2}, \quad A_L, A_T \text{ はそれぞれ縦、横分散長である。}$$

圧力  $P$  に関しては、次の Poisson 方程式

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial P}{\partial z} \right) = - \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\rho}{\rho_f} \right) \quad (6)$$

を得、(2), (3), (4), (5), (6)式を連立して解く。

境界条件としては、流れに関する境界条件と濃度に関する境界条件があり、合せてFig. 24に示す。具体的な離散化、解析手続は、地下密度流の数値解析に準じているので省略する。

$c_1: p(z) = \rho g(h_0 - z), u \geq 0 \quad c = c_1 = 1.0 \quad u < 0 \quad \partial c / \partial n = 0$   
 $c_2: p(z) = \rho g(h_0 - z), z \geq c \quad c = c_2 = 0.0$   
 $c_3: p = 0, w = \partial h / \partial t + u \partial h / \partial x \quad (\text{運動学的条件}) \quad \partial c / \partial n = 0$   
 $c_4: w = 0, \partial c / \partial n = 0$

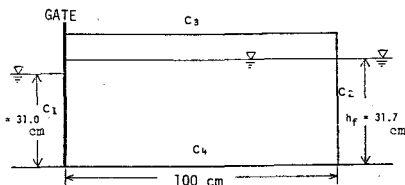


Fig.2-1 不圧浸透層モデルと境界条件

2.2 運動学的条件の数値解析的取扱いは、Fig. 2-1の  $C_3$ 境界の運動学的条件を差分表示し、

$$(h_i^n - h_i^{n-1})/\Delta t = -\frac{u_r^n}{\tau} \left( \frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{x_{i+1} - x_i} + \frac{h_i^n - h_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} \right) + w_r^n \quad (7)$$

となる。ここで、 $U_n$  はそれぞれ  $x$ 、 $z$  軸方向の流速であり、 $\eta$  は水位である。(8)式より時間増分  $\Delta t$  後の節点  $n$  における水位  $\eta_n$  を求め、その水位に応じて自由表面上の節点を移動させ  $(n+1)$  時刻の解析領域を決定した後、被圧浸透層における同様の計算を繰り返し、 $C$  を定める。また、淡水位と塩水位の水位差が両水位に比べて小さいことから、浸潤面を考慮せず、塩水側境界水位と淡水側境界水位はそれぞれ塩水位、淡水位と同じにした。

3. 計算結果; 3.1 まず最初に対象とする不圧浸透層としてFig.2-Iを考え、 $t=0$ で塩水側境界に設けられたゲートを急開した後、定常状態に至るまで計算を続け、その過程の検討及び定常状態における理論解との比較を行った。ここに、分散長  $A_L=0.5$ ,  $A_T=0.05\text{ cm}$  とし

Yoshiaki IWASA, Shirou AYA, Wataru OHNISHI, Tsutomu TSUCHIYA

要素分割は154節点、260の三角形要素を用いた。なお、計算時間間隔は $\Delta t = 10 \text{ sec}$ である。

淡水位一定で楔が侵入する場合の自由表面の及ぼす影響を考察するために、Fig.3-1に $x = 40 \text{ cm}$ における水位及び楔長さ( $C = 0.5$ 等濃度線と不浸透面とが交差する点の $x$ 軸からの距離)の経時変化を無次元化して示した。図から水位の変動はすみやかに終了し、楔の侵入が進行してもほとんど変化がない。すなわち、自由水面が定常状態に移行する時間は濃度分布のそれより、はるかに小さいことがわかる。

3.2 次に $A_L = 1.00$ ,  $A_T = 0.05 \text{ cm}$ として定常状態である $t = 8000 \text{ sec}$ の値を初期状態とし、淡水位 $h_d$ を31.7 cmで一定、塩水位 $h_s$ を次式

$$h_s = 31.0 + \sin(\frac{\pi}{T}t) \quad (9)$$

で振動させ、塩水楔の非定常過程について計算し、その応答特性について検討した。Fig.32に淡水流における理論値<sup>2)</sup>と密度流における計算水位を比較して示した。

塩水位の振動に伴い、塩水楔も振動するが(Fig.33), Fig.32から表面水位の振動は淡水流と密度流で違いは余り見られず、塩水楔の振動の影響はほとんどないことがわかる。

次に、周期 $T = 1200, 2400, 9600 \text{ sec}$ のそれぞれ一周期後の本周期ごとの流速分布、濃度分布を調べると、周期の長い方が塩水楔位置の水平方向への変動が大きく、周期が短い場合には楔長さより塩水楔側境界近くの楔高さの変動のみが顕著であった。楔高さ( $C = 0.5$ 等濃度線の $x$ 座標で定義する)の経時変化の一例をFig.33に示す。楔高さの変動の減衰特性を楔高さの振幅と距離の関係として片対数紙上に示すとFig.34であり、両者の関係は直線的になり、楔振幅の減衰率を $n$ とすると、

$$n = n_0 \exp(-nx) \quad (10)$$

となる。 $n$ は周期 $T$ が長くなる程小さく、塩水位の振動周期が長い程楔高さの $x$ 軸方向の振幅の減衰は少なく、先に述べた楔変動のパターンの違いは、この減衰率の違いと同等であることがわかる。 $n$ を自由水面振動の振幅の減衰率と比較すると、楔高さの振幅減衰率の方が大きく、境界水位の振動による自由水面の振動より、楔高さの振動の方が早く減衰することがわかった。

(参考文献)

- 1) 岩佐・綾・大西：地下密度流の数値解析 京大防災研研報, 第27号B-2, 昭和59年4月
- 2) 本間・石原：応用水理学 中II RP. 309~312, 1968 丸善

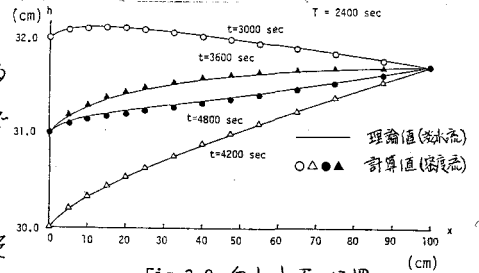
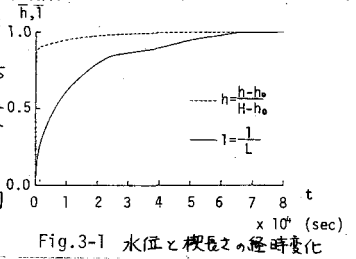


Fig.3-2 自由水面位置

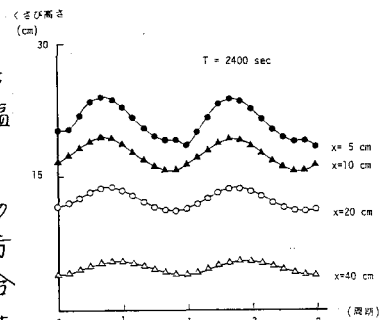


Fig.3-3 楔高さの経時変化

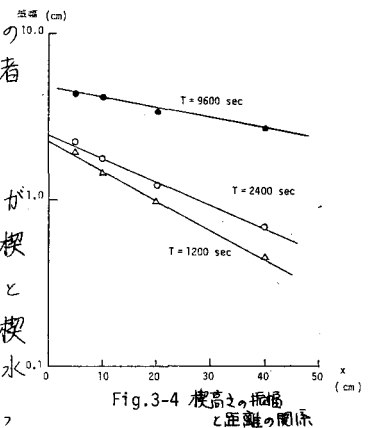


Fig.3-4 楔高さの振幅と距離の関係