

砂面不安定性に及ぼす横断方向流砂量の効果

京都大学工学部 正 員 中川 博次
 京都大学工学部 正 員 村上 正吾
 京都大学大学院 学生員 ○福島 卓也

1. まえがき 中規模河床形態の形成機構として従来より3次元砂面不安定解析が行われていたが、本研究では、掃流砂運動に着目し、むしろ小規模3次元河床波を意識した解析を行ない、本報では、特に横断方向流砂量の役割に焦点を当てて述べる。

2. 砂面不安定要因としての流砂の遅れ距離 砂面を $z(x, y, t) = a \cos ly \cdot \sin k(x - ct) \dots (1)$ との時間的变化率を $\partial z / \partial t = v_z \cdot a \cos ly \cdot \sin \{k(x - ct) - \phi_z\} \dots (2)$ とおくと、2次元の場合と同様 ϕ_z の属する象限によって砂面擾乱の盛衰、進行方向が決定される。擾乱砂面上の流砂量が流下方向、横断方向成分に分けられ、それぞれ $g_{Bx}(x, y, t) = g_{B0} \{1 + r_{Bx} a \cos ly \cdot \sin k(x - ct - \delta_{Bx})\}$; $g_{By}(x, y, t) = g_{B0} \{1 + r_{By} a \cos ly \cdot \sin k(x - ct - \delta_{By})\} \dots (3)$ (g_{B0} : 非擾乱流砂量) と書けるものとすれば、これを流砂の連続式である $\partial z / \partial t = \{-1 / (1 - g_0)\} (\partial g_{Bx} / \partial x + \partial g_{By} / \partial y) \dots (4)$ に代入、式(2)と等値することから次のように ϕ_z は流砂の遅れ距離 δ_{Bx} , δ_{By} と関係づけられることがわかる。
 $\sin \phi_z = (\cos k \delta_{Bx} - \varepsilon_0 \varepsilon_1 \sin k \delta_{By}) / R_0$; $\cos \phi_z = -(\sin k \delta_{Bx} + \varepsilon_0 \varepsilon_1 \cos k \delta_{By}) / R_0 \dots (5)$ 、但し、 $R_0^2 = 1 + (\varepsilon_0 \varepsilon_1)^2 + 2 \varepsilon_0 \varepsilon_1 \sin k(\delta_{Bx} - \delta_{By}) \dots (6)$ 、 $\varepsilon_0 \equiv l / \kappa$ (流下方向の河床波長と横断方向波長の比で3次元性の指標となる)、 $\varepsilon_1 \equiv r_{By} / r_{Bx}$ である。以上のよう、3次元不安定解析において流砂の遅れ距離の評価が重要であることがわかる。

3. 遅れ距離の評価 流下方向流砂量の遅れ距離は、すでに中川ら¹⁾ の行っているように、非平衡流砂量式 (Euler 的に解釈された stochastic model) を用いることで、次のように底面せん断応力 τ (流下方向) の擾乱成分の位相差 ϕ_τ と関係づけられる。 $\kappa \delta_{Bx} = \kappa \delta_{B0} + \phi_\tau \dots (7)$ 、ここで $\sin \kappa \delta_{B0} = \kappa \Lambda / \sqrt{1 + (\kappa \Lambda)^2}$; $\cos \kappa \delta_{B0} = 1 / \sqrt{1 + (\kappa \Lambda)^2} \dots (8)$ 、また、さらに中川らの pick-up rate 推定式を用いると、 $r_{Bx} / r_\tau = \{1 + (m-1) R_2 / \eta\} / \{(1 - R_2 / \eta) \sqrt{1 + (\kappa \Lambda)^2}\} \dots (9)$ であり、 Λ : 平均 step length, $\eta \equiv \tau_0 / \tau_c$ (τ_0 : 非擾乱部掃流力, τ_c : 限界掃流力)、また $m = 3$, $R_2 = 0.7$ は pick-up rate 推定式に含まれる係数である。また $r_\tau a \tau_0$ は掃流力変動成分の振幅である。一方、横断方向の流砂量は、流送される砂粒子の運動方向を φ とすると、 $g_{By} = g_{Bx} \tan \varphi \approx g_{B0} \cdot \sin(x, y, t) \dots (10)$ となる ($\sin \varphi \equiv \tan \varphi$)。3次元擾乱路床の場合、 $\sin$ は、横断勾配 θ ($\theta \equiv \tan \theta$) 及び流下方向の偏り角 γ ($\gamma \equiv \tan \gamma$) の関数である。すなわち $\tan \varphi = \sin(\gamma, \theta)$ である。線型解析を行うような微小擾乱場では、 $\gamma \approx 0$, $\theta \approx 0$ であるので、 $\sin = \partial \sin(\gamma, \theta) / \partial \gamma|_{\gamma=0} \cdot \gamma + \partial \sin(\gamma, \theta) / \partial \theta|_{\theta=0} \cdot \theta \dots (11)$ と表わされる。まず、 $\gamma = 0$ における粒子の運動方程式において、非定常項を無視することから次式を得る。

$$\nabla^4 \{ \mu_f^2 + (\theta - \mu_f \sin)^2 \} = \theta^4 / T_*^2 \dots (12)$$

但し、 $T_* \equiv (C_0 A_2 / 2 A_3) \cdot (u_* / u_*^*)^2 \cdot \tau_* \dots (13)$, μ_f : 砂の河床に対する摩擦係数, C_0 : 抗力係数, A_2, A_3 : 砂の形状係数, u_* : 河床付近の流速, u_*^* : 摩擦速度, τ_* : 無次元掃流力である。 $\theta \approx 0$ では $\sin = \theta / \sqrt{\mu_f T_*} \dots (14)$ と近似される。

Hiroji NAKAGAWA, Shougo MURAKAMI, Takuya FUKUSHIMA,

すなわち, $\partial \psi(0, \theta) / \partial \theta|_{\theta=0} = 1 / \sqrt{\mu_4 T_*} \dots (15)$ が得られる。一方, $\theta = 0$ の解析より $\partial \psi(\Gamma, 0) / \partial \Gamma|_{\Gamma=0} = 1 \dots (16)$ が得られ, 結局, 線型不安定解析において, $\psi = \psi_0 / \sqrt{\mu_4 T_*} + \Gamma \dots (17)$ と近似されることとなる。ここで, $\theta = -\partial^2 \psi / \partial y^2 = \alpha \lambda \sin \lambda y \cdot \sin \kappa(x - ct) \dots (18)$, $\Gamma = r_F \alpha \sin \lambda y \cdot \sin \{ \kappa(x - ct) - \phi_F \} \dots (19)$ とおくと, 次のように r_{By} , $\kappa \delta_{By}$ が決定できる。

$$r_{By} = \{ \lambda / \sqrt{\mu_4 T_*} + r_F \cos \phi_F \}^2 + r_F^2 \sin^2 \phi_F \dots (20)$$

$$\sin \kappa \delta_{By} = r_F \sin \phi_F / r_{By}; \quad \cos \kappa \delta_{By} = \{ \lambda / \sqrt{\mu_4 T_*} + r_F \cos \phi_F \} / r_{By} \dots (21)$$

4. 3次元擾乱路床上の流れ 上述のように砂面への次元不安定性の流下方向及び横断方向の砂量の遅れ距離に依っており, それらはそれぞれ掃流力, 流向の位相によって決められる。言い換えるれば, 3次元擾乱路床上の流れ場の定式化が必要であり, 従来はむしろ, この側面に関心が注がれており, これまで, いくつかのモデルが提案されている。ここでは機構の詳細まで論じられるようになった中川らの2次元不安定解析で採用されたこと, 小規模河床形態では水脈の収縮・拡大の効果が相当認められると判断されることより, 3次元ポテンシャル流モデルを基礎とし, 掃流力の評価に工夫を加えることとした。すなわち, ポテンシャル流理論で与えられる2方向流速, 水面擾乱 ψ_s, ψ_b を用いて, 掃流力の振動分 v_b が次のように表わされるものとした。 $v_b = 2\psi_b - \alpha \frac{\partial}{\partial x} (\psi_s - \psi_b) \dots (22)$, 但し, $\alpha = 1.2 / Fr^2$ とした。さらに, $\Gamma = \psi_b$ で与えられる。

5. 解析結果 上記解析結果として得られる ϕ_b と κh の関係と Froude 数とプラヌーダとして示したのが図-1である。図では $\varepsilon = 0 \sim 1.5$ まで変化させており, この値より2次元から3次元性が卓越してくるにつれての変化が知られる。 ϕ_b が第1, 第4象限に属する条件において, それぞれ下流, 上流へ進行する砂面波の発達が見られる。今後, さらにセリ断流モデルとの比較や, 実際の河床形態との関連について考察を深めてゆきたいと考えている。

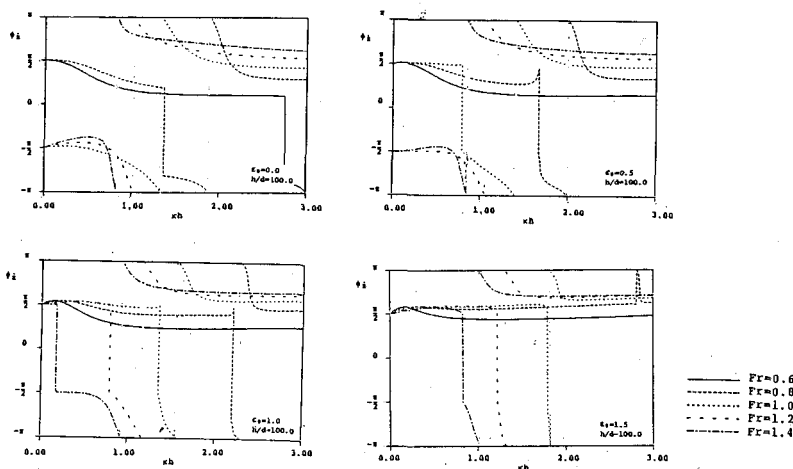


図-1 ポテンシャル流理論による位相差 ϕ_b ($\alpha_1=0$, $\alpha_2=1.2/Fr^2$)

<参考文献>

- 1) Nakagawa, H. & T. Tsujimoto; Proc. ASCE, 106, HY12, 1980