多目的計画法による構造物の最適設計

京都大学工学部　小林　昭一　　京都大学工学部　田村　　武
運　　輸　　省○宮井真一郎　　京都大学大学院　仲山　公規

概説

近年，複数の目的関数を最適化する多目的計画問題が注目されている。これはベクトル最小化問題として定式化されるが，このような問題の最適解の概念は，他のどの解よりも劣っていないPareto解を用いて論じられている。本研究では，多目的計画問題とPareto解の概念およびその解法であるＰＩＣ法を説明した後，複数の目的関数をもつ構造物の最適設計問題にそれらを適用して，Pareto解を具体的に求める。

（1）　多目的計画問題の定式化

問題【1】．$y = I(x) \rightarrow \min$

subject to　$x \in X$

x：変数ベクトル　　y：目的関数ベクトル

X：実行可能解集合　Y：目的関数値集合

$Y = \{y \mid y = I(x),\ x \in X\}$

（2）　Pareto解の定義とPareto解集合Q

実行可能な解で、更にその目的関数値に対して他の実行可能な解の目的関数値が全て小さいものが存在しない解をPareto解という。幾何学的には次のように表せる。（Q：Pareto解集合）

$y^0 \in Q \Rightarrow (y^0 + R^m_-) \cap Y = \{y^0\}$

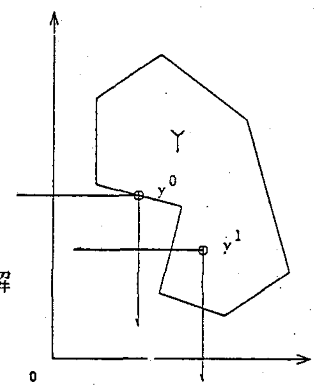

Fig.1

（3）　ＰＩＣ法

多目的計画問題のPareto解を導く手法として，与えられた問題を等価な単目的計画問題に変換し従来の数理計画法を用いて解くという多目的計画法が提唱されている。ここでは非線形，非凸問題にも適用可能なＰＩＣ法について述べる。

ＰＩＣ法とは、与えられた制約条件式とともにｊ番目の目的関数y_j以外を制約ベクトルα^jで$y_i \leqq \alpha^j_i$なる制約条件式に変換して残り１個の目的関数を最小化する手法である。

（3－1）　PICSO-問題の定式化

問題【2】　$y_j \rightarrow \min$

subject to　$y \in Y(\alpha^j)$　$(\alpha^j \in A^j)$

$Y(\alpha^j)$：制約目的関数集合

$Y(\alpha^j) = \{y \in Y \mid y_i \leqq \alpha^j_i \quad (i \neq j)\}$

A^j：制約ベクトル集合

$A^j = \{\alpha^j \mid Y(\alpha^j) \neq \phi\}$

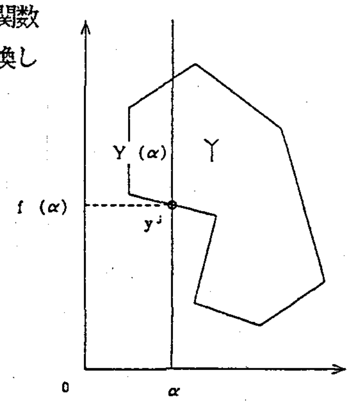

Fig.2

Syoichi KOBAYASHI ; Takeshi TAMURA ; Shin-ichiro MIYAI ; Kiminori NAKAYAMA

（3－2）　PICSO-解集合Q^j とPareto解集合Q

$f(\alpha^j)$ ：PICSO-関数

$$f(\alpha^j) = \min \{ y_j \mid y \in Y(\alpha^j) \}$$

y^j ：PICSO-解

$$y^j = (\alpha^j_1, \ldots, \alpha^j_{j-1}, f(\alpha^j), \alpha^j_{j+1}, \ldots, \alpha^j_m)$$

Q^j ：PICSO-解集合

$$Q^j = \{ y^j \mid \alpha^j \in A^j \}$$

定理【1】　$Q = \cap Q^j = Q^1 \cap Q^2 \cap \ldots \cap Q^m$

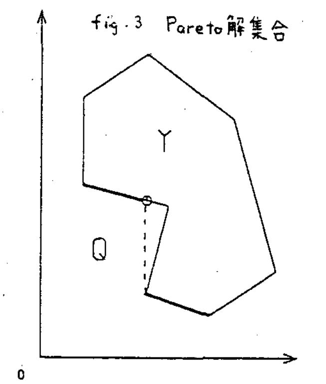

Fig. 3 Pareto 解

（3－3）　Pareto解の選出方法

定理【1】を用いて次のような方法が考えられる。

(1) 全ての j に対してQ^j を導き、全ての交わりをとる。
（目的関数の数mが大きくなると手間がかかる。）

(2) mに対してQ^m を導き、次のような判定条件を用いて、Qの要素を残す。

定理【2】　（ 判定条件 ）

ある$\alpha^0 \in A^m$ に対して$y^0 = (\alpha^0, f(\alpha^0))$ と定める。

$y^0 \in Q \iff \alpha^1 \leq \alpha^0$ なる任意の$\alpha^1 \in A^m$ に対して $f(\alpha^1) \neq f(\alpha^0)$

$y^0 \notin Q \iff \alpha^1 \leq \alpha^0$ なるある$\alpha^1 \in A^m$ に対して $f(\alpha^1) = f(\alpha^0)$

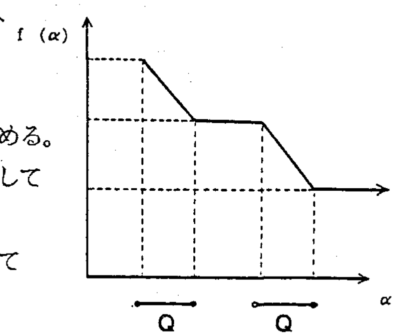

Fig. 4 (定理2)

（4）　最適設計の例題

静定トラスの総重量と局所たわみの同時最小化問題を取り扱う。

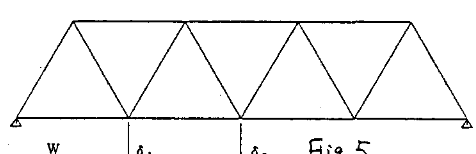

Fig.5

問題【3】

総重量　$W = \Sigma (w_i A_i) \rightarrow \min$

局所たわみ　$\delta_1 = \Sigma (d^1_i / A_i) \rightarrow \min$

$\delta_2 = \Sigma (d^2_i / A_i) \rightarrow \min$

subject to $A_i \geq A^0_i$

A_i ：部材断面積、A^0_i ：許容最小部材断面積

w_i ：総重量係数、d_i ：局所たわみ係数

計算の結果fig. 6のようなPareto解が得られる。

fig. 6において次のような無次元数を用いる。

$$\underline{W} = \Sigma (w_i A_i) / \Sigma (w_i A^0_i) - 1$$

$$\underline{\delta_1} = \Sigma (d^1_i / A^0_i) / \Sigma (d^1_i / A_i) - 1$$

$$\underline{\delta_2} = \Sigma (d^2_i / A^0_i) / \Sigma (d^2_i / A_i) - 1$$

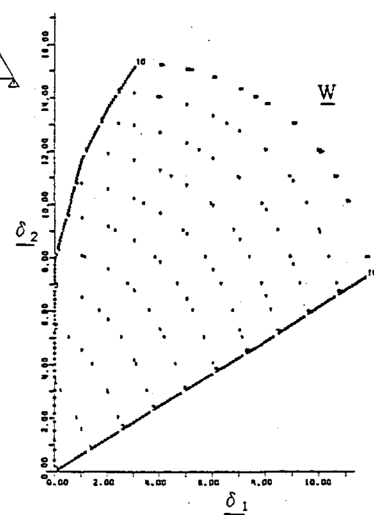

Fig. 6