構造システムの疲労破壊に関する確率論的考察

大阪大学工学部　正員　前田幸雄　　川田工業　正員○松井幹雄

1．まえがき　構造物の疲労寿命は材料本来の確率論的性質のみならず荷重条件など外部環境に起因する不確実性の影響をも受ける確率量である。構造物の設計問題における信頼性工学に対する関心の高まりとともにその確率分布特性についての研究[1)]が活発に行なわれつつある。しかしながらそのような研究の対象は構造単位である単一の構造要素であって、それらの構造要素より構成されるシステムとしての確率分布特性について論じたものは少ない。本研究は構造要素の疲労寿命の確率分布特性と構造システムの疲労寿命の確率分布特性との関係を供用期間中における疲労破壊に対する信頼度によって明らかにすることを目的とする。本報告はその基礎的段階として疲労きれつ進展モデルを設定し、そのモデルに対して考察したものである。

2．構造要素の疲労きれつ進展モデル　ここでは鋼材の疲労を対象に供用開始時より存在するきれつが供用中に成長するモデルを想定し、きれつがある最終きれつ長に達した時点を破壊とみなす構造要素を設定した。信頼度の算定においては寿命のばらつきに着目しその応力による寿命の中心値の変動によるばらつきの変化はないものとした。ここでは簡単のため単一のきれつを内在させている構造要素を考え、その疲労寿命は式(1)で与えられるものとした。本報告では式(1)において定荷重振幅試験における疲労寿命のばらつきの影響因子としてa_iとCの２つを考え、それらを確率変数とし定応力振幅 $\Delta\sigma$ を受ける場合の構造要素の疲労寿命の確率分布特性について考察した。

$$N = \left(a_i^{1-\frac{m}{2}} - a_c^{1-\frac{m}{2}}\right) \Big/ C\Delta\sigma^m \left(\frac{m}{2}-1\right)\pi^{\frac{m}{2}} \qquad \text{—— (1)}$$

ここに　式(1)は無限板中にある長さ$2a_i$のきれつより求められ、Nは疲労寿命、a_iは初期きれつ長、a_cは最終きれつ長、C､m は Paris則　$da/dN=C(\Delta K)^m$における定数である。

疲労破壊確率は寿命Nが供用期間N_0以下である確率　$P[N \leq N_0]$で定義し、式(1)よりa_iとCを分離して　$P\left[a_i^{1-\frac{m}{2}} \leq N_0 C\Delta\sigma^m\left(\frac{m}{2}-1\right)\pi^{\frac{m}{2}} + a_c^{1-\frac{m}{2}}\right]$　と書ける。a_iとCが独立ならば右辺の分布関数を $F_{a_i}(\alpha)$、左辺の確率密度関数を $f_c(\alpha)$ とおいて破壊確率P_fは

$$\int F_{a_i}(\alpha) f_c(\alpha)\, d\alpha \qquad \text{— (2)}$$

によって計算される。

3．構造システムの疲労破壊モデル　図１に示される並列構造システムにおいて荷重Ｓが各構造要素に等しく分配されるものとし、同一システム内ではa_iのみが変動しＣはシステムごとに変動する確率変数と仮定した。この場合、システム内のｉ番目とｊ番目の構造要素の疲労寿命N_iとN_jには、a_iとＣが独立であっても相関関係が生じ、その相関係数の大小はa_iのばらつき（変動係数）とＣのばらつき（変動係数）の相互関係によって決まる。また、破壊した構造要素は荷重再配分のため負担応力が増加し、疲労きれつ進展は加速されるとした。ｎケの構造要素から

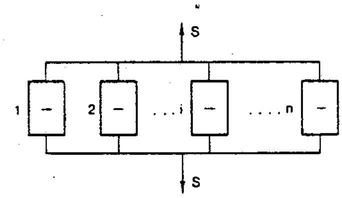


図1　並列構造システム

Yukio MAEDA, Mikio MATSUI

構成されるシステムの最初の破壊に対する破壊確率は式(2) とa_iの最大値分布によって、

$$P_f = \int [1-\{1-F_{a_i}(\alpha)\}^n]\, f_c(\alpha)\, d\alpha \quad \text{—}(3)$$

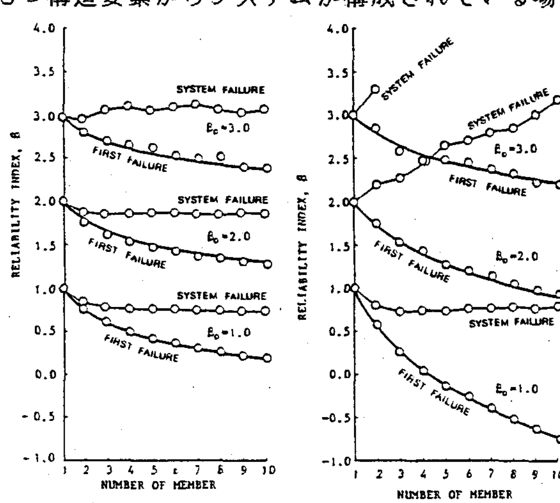
と表わされる。しかし、k番目の破壊あるいはシステム全体の破壊に対する破壊確率を式(3) のように確率論的に求めることはその破壊経路の追跡が繁雑であり、また求め得たとしても一般性がなく今後の解析の拡張も容易でないため適切な方法ではない。そこで、本解析ではそのような破壊確率の算定はモンテカルロ法によるものとし、得られる破壊確率の精度は 式(2)、式(3) によって得られる構造要素の破壊確率、あるいはシステムの最初の破壊に対する破壊確率と比較することにより確認し、試行回数を設定した。

4．数値計算例と考察

表１に示す設定値に対してＣの変動係数を0.5、あるいは 0.1とした場合の構造要素の信頼性と構造システムの信頼性の関係を図２(a),(b) に示す。試行回数は２万回とした。横軸にシステムを構成する構造要素数を、縦軸にモンテカルロ法、あるいは式(2)、式(3) により計算される破壊確率P_fを $\beta=\Phi^{-1}(P_f)$ によって変換した信頼性指標βを示し、構造要素のβ値がそれぞれ1.0、2.0、3.0 になるような供用期間N_oに対するシステムのβ値をプロットした。ここにΦ(·)は標準正規分布関数である。図中の太線は式(3) によるβ値でありモンテカルロ法によるβ値がよく一致していることがわかる。図２(a) よりシステムの構造要素数を増加させてもシステムの信頼度が構造要素の信頼度を上まわらないことがわかる。図２(b) より構造要素の信頼度を増加させると、システムの信頼度が構造要素数の増加とともに上昇することが推定される。これらの原因は単にＣの変動係数の変化に対応して寿命分布の変動係数が変化したためではなく、前述したＣとa_iの相互関係によって寿命相互の相関係数が変化したため（ (a)の場合 $\rho=0.7$ (b)の場合$\rho=0.01$ ）であると思われる。このことは、一般にばらつき程度が同じ寿命をもつ構造要素からシステムが構成されている場合でも、a_i 、Ｃなどの影響因子の相互関係の変化によってシステムとしての信頼度が変化することを示す。

表１　設定値

Paris 則におけるm値	一定値 m=3.0
Paris 則におけるＣ値	対数正規分布 中央値 1.63X10^{-10} 変動係数 0.1, 0.5
初期きれつ長分布 a_i	ベータ分布 (q=1, r=5) 上限値 3.0㎜ 下限値 0.5㎜
最終きれつ長 a_c	10.0㎜
応力変動幅 Δσ	10.0kg/㎜^{2}



(a) Ｃの変動係数=0.5　(b) Ｃの変動係数=0.1

図２　構造要素数と信頼性指標の関係

5．あとがき

本報告では数値計算上多くの仮定を設定したが、現状では設定せざるを得ないものも含まれている。今後の検討課題として、(1) 応力の不確実性の評価、(2) 変動荷重の取扱い、(3) 本モデルと実構造物との対応関係、などが考えられる。

参考文献　1)例えば Scott G. Martindale and Paul H. Wirshing : Reliability-Based Progressive Fatigue Collapse, Jour. of St. Div. ASCE, Vol.109 No.8 1983