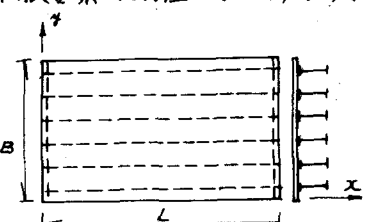
各種長方形大形平板要素の剛性マトリックスの作成

大阪工業大学　正員　岡村宏一　オオバ　正員　○飯田信幸
東洋技研コンサルタント　正員　石川一美　西宮市　正員　上野史雄

1．まえがき：筆者はすでに，4辺に任意の材端力，ならびに隅角点を含めた任意の材端変位を有する大形の等方性平板要素の剛性マトリックスを，級数解法と選点法の併用によって作成し，それが，多格間の平板構造の解析に有用であることを示した[1]。今回は，梁のねじり剛度が無視できるような有梁板をモデル化した直交異方性平板要素，ならびに，地盤を弾性基礎と考えバネ定数を導入した弾性基礎上の平板要素の剛性マトリックスを前回と同様の手法[1]を用いて作成した。ここでは，これらの大形平板要素の剛性マトリックスの精度についての基本的な検証データについて報告する。

2．板の基礎方程式：本解析では曲げ問題を対象とした。まず，図－1に示すようなx方向に平均曲げ剛度D_0の梁で支えられる有梁板を直交異方性板にモデル化した時の板の基礎方程式（同次方程式）は次式で与えられる。



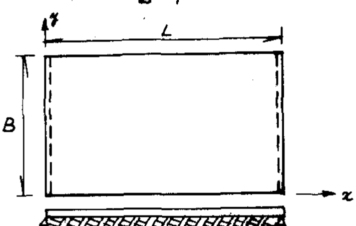
図－1

$$(D+D_0)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2D\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}=0 \qquad (1)$$

ここで，Dは板の曲げ剛度

また，図－2に示す弾性基礎上の板の基礎方程式は次式となる。

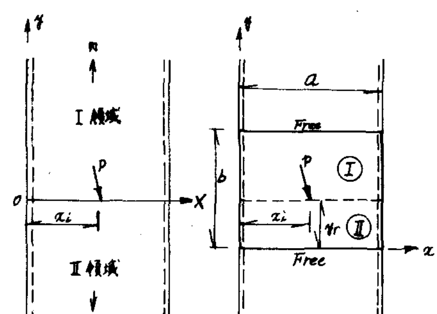
$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)+kw=0 \qquad (2)$$



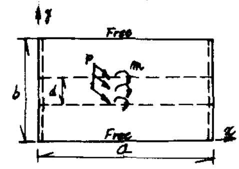
図－2

ここで，kは単位面積当りの基礎のバネ定数

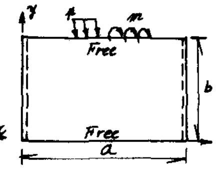
3．板の基本解：ここでは，級数解法によって基本解を求めた。まず(1),(2)式の同次解を図－3(a)に示す相対2辺単純支持の無限板に集中荷重Pが作用する条件で与える（特解）。さらに，他の2辺が自由の条件になる同次解を補足解として重ね合せれば，図－3(b)に示す相対2辺単純支持，他の2辺が自由の境界を有する板の解が得られる。図－4に示すようなy方向に分布幅を持った線荷重Pを受ける場合については，図－3(b)の荷重状態での解を分布幅(d)で積分することによってその解を求めることができる。また，線モーメント(m)を受ける場合は，先の線荷重の解に微分操作を加えることによって求められる。図－5に示す，自由辺



(a)　図－3　(b)



図－4



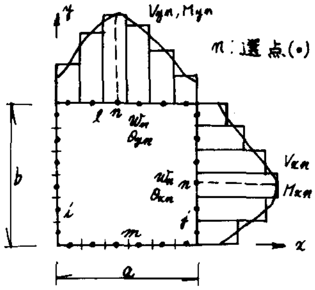
図－5

1) 岡村・石川：応力分配法による多径間平板構造の立体解析，年次大会，1982

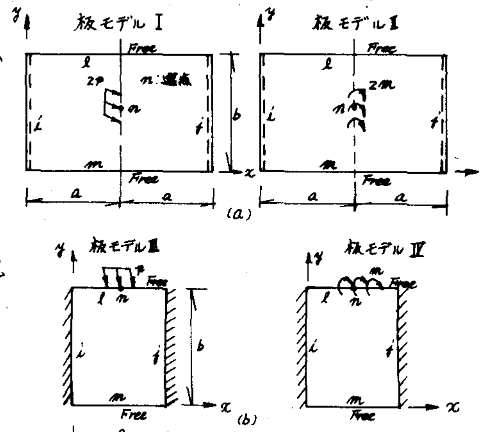
Hirokazu ŌKAMURA, Kazumi ISHIKAWA, Nobuyuki IIDA, Fumiō UENŌ

上に荷重(P, m)が作用した場合の解は，(1),(2)式の同次解を，相対2辺単純支持，1辺が自由，対辺に荷重が作用した条件で与える。

4．剛性マトリックスの作成：図－6に，4辺(i, j, l, m)に任意の材端力（曲げモーメントM_x, M_y，換算せん断力V_x, V_y）と隅角点を含めた任意の材端変位（たわみw，たわみ角θ_x, θ_y）を持つ大形の板要素の剛性マトリックスを作成する手順を示す。これは，図－7(a)の，相対2辺単純支持，他の2辺が自由の板と，同図(b)に示す自由辺上に線荷重と線モーメントを作用させた板を重ね合せ選点法を用いて作成される。ここで材端力の分布は，節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合せによって近似され，それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

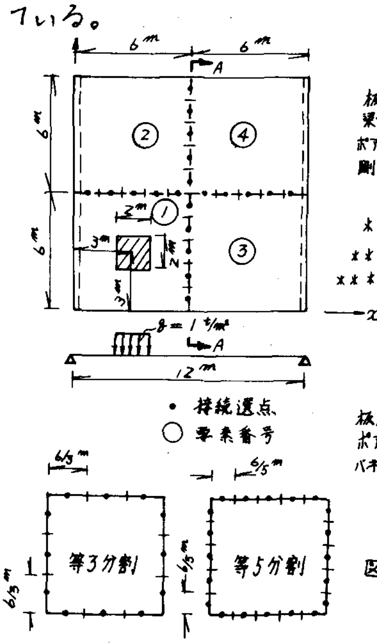


図－6

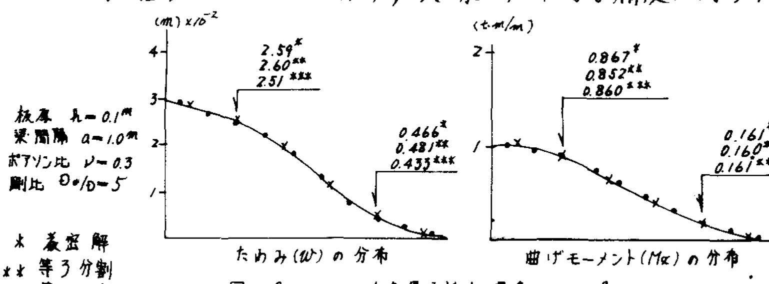


図－7

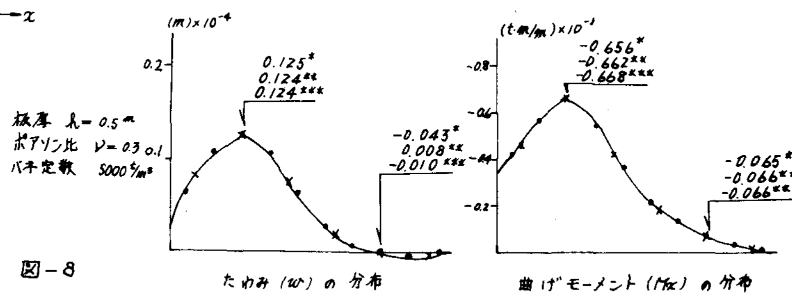
5．検証データ：今回作成した，各種平板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図－8の解析モデルは，4パネル接続の平板に部分等分布荷重($1t/m^2$)を偏心載荷させたもので，節線上の小区間の分割は等3分割($d=6^m/3$)と等5分割($d=6^m/5$)の2ケースとした。図－9は，A－A断面でのたわみ(w)と曲げモーメント(M_x)の分布を，直交異方性板要素(a)，弾性基礎上の板要素(b)について示したもので，板を分割しない単一板として計算したそれぞれの厳密解と比較している。この結果より分割数が5程度であれば厳密解との誤差は3％程度に留まっており，実用上，十分な精度が得られている。



図－8



図－9 (a)　直交異方性板要素とした場合（A－A断面）



図－9 (b)　弾性基礎上の平板要素とした場合（A－A断面）