

厚板問題に対する高次アイソパラメトリック 有限要素法の適用性について

大阪市大 正員 園田 鬼一郎
大阪工大 正員 堀川 都志雄
○ 大阪市大 正員 鬼頭 光明

1. はじめに

有限要素法の中でアイソパラメトリック要素が最も適用性が広いとの評価がなされているが¹⁾、3次元要素の解析精度を検討した研究は少ない。

本研究では厚板弾性問題を取り上げ、3次元アイソパラメトリック要素による結果と厳密解として知られている級数解とを比較し、アイソパラメトリック有限要素法の厚板問題に対する適用性と実用性を検討する。

2. 基礎方程式

1 アイソパラメトリック有限要素法²⁾

図1に示す20節点6面体要素を用いる。釣合方程式は以下のようになる。

$$KU = R \quad \dots (1)$$

ここで K は補間関数から得られる剛性行列であり、

$$K = \int_V B^T C B \det J dr ds dt$$

$$\text{また } U = [u, v, w]^T \quad i = 1, n$$

$$R = [f_x, f_y, f_z]^T \quad i = 1, n$$

2 厚板理論³⁾

3次元弾性論における Galerkin vector W_z と Boassinesq の関数 Θ_z は物体力を無視すると以下のようになる。

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) W_z = 0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Theta_z = 0 \quad \dots (2)$$

関数 W_z と Θ_z を x, y 方向に二重級数で表わせば、周辺の境界条件を仮ち単純支持条件は以下のようになる。

$$v = w = \sigma_x = 0 \quad (x = \pm a/2), \quad u = w = \sigma_y = 0 \quad (y = \pm b/2) \quad \dots (3)$$

3. 数値計算結果

部分荷重を受ける周辺単純支持された正方形厚板を解析の対象とする。(図2) 構造及び荷重の対称性を考慮して、その $1/4$ 領域を採用する。なお、 x, y, z 方向にそれぞれ二等分し、計8個の要素に分割している。(図3)

厚板理論での単純支持条件は Kirchhoff 型単純支持(式(3))と完全単純支持の2つがあり、⁴⁾

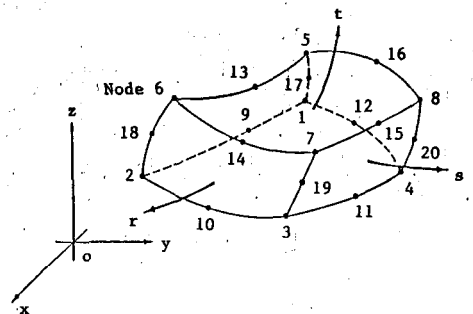


図1. 20節点6面体要素

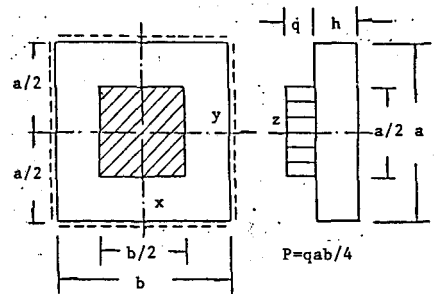


図2 部分荷重を受ける厚板

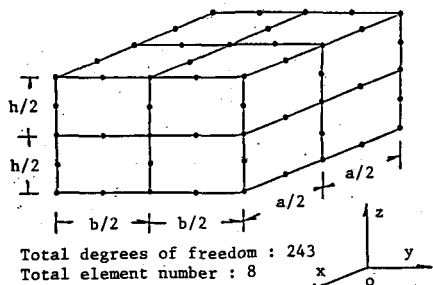


図3. 要素分割

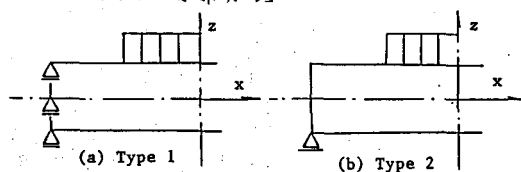


図4. 有限要素法での境界条件

その条件を表1に示す。これらの支持条件に対応する有限要素法での境界条件を図4のように設定し、各Type 1, Type 2と名づける。

図5に変位と応力に対し板厚の及ぼす影響を示し、図6に断面内での応力分布を示す。

4. まとめ

アイソパラメトリック有限要素法は変位及び応力に対し比較的少ない要素数で良好な結果を与えることが分かり、厚板弾性問題に対しても十分適用性と実用性があることが判明した。

参考文献

- 1) 鷲津他, "有限要素法ハンドブック", 培風館
- 2) K.J. Bathe, "Finite Element Procedures in Engineering Analysis", PRENTICE-HILL Inc.
- 3) T. Horikawa et. al., "A Comparison of Numerical Results given by Thick Plate, Reissner's Plate and Thin Plate Theories", Memo. Osaka City Univ. Vol 16.
- 4) 日置興一郎, "構造力学II", 朝倉書店

表1. 厚板理論での単純支持条件 ($x = \pm a/2$)

Kirchhoff型*	$M_x = \varphi_y = W = 0$ or $V = W = \sigma_x = 0$
完全支持型**	$M_x = M_y = W = 0$ or $W = \sigma_x = \tau_{xy} = 0$

注) *... F.E.M.ではType 1, **... F.E.M.ではType 2

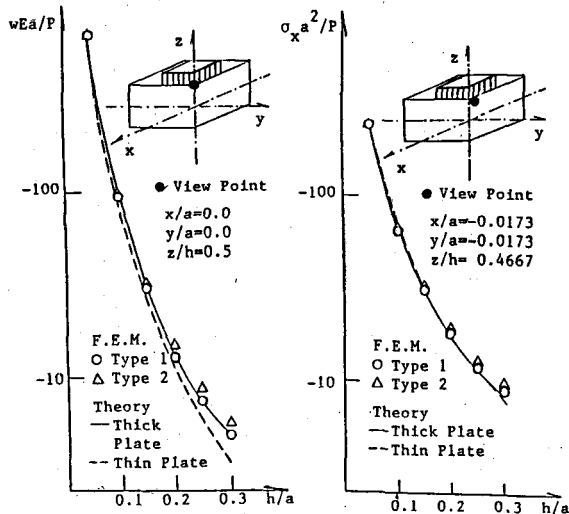


図5. 変位と応力に対する板厚/スパン比の影響

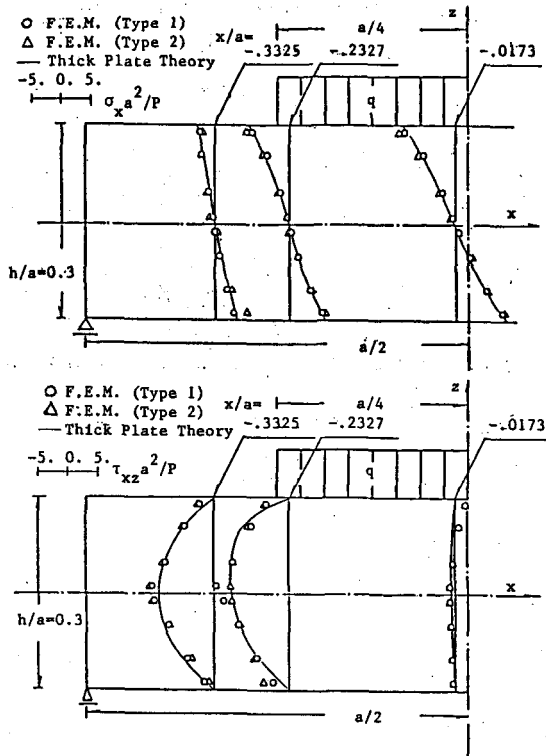


図6. 断面内での応力 σ_x, τ_{xz} の分布 ($y/a = -0.0173$)