Dynamic Relaxation法による柱の弾塑性座屈解析

関西大学工学部　正会員　三上市蔵
関西大学工学部　正会員　森沢敬文
関西大学大学院　学生員　三浦泰夫
(株) 春本鐵工所　正会員　○辻本敦亘

1．まえがき　Dynamic-Relaxation法(DRM) は、Day によって示唆され、Otter によって発展され、多くの問題に適用され、最近は実用されている[1)2)]。著者の研究室ではここ数年DRM の構造解析への適用を検討してきた。一般に初期たわみおよび残留応力を考慮した柱の解析においては、プログラミングが複雑になるが、DRM を使うことにより簡便になると考えられる。以下にDRM による柱の弾塑性解析を行ってみた。

2．解析モデル　図1に示すような完全弾塑性材料よりなる圧縮柱を解析する。

（1）基礎方程式

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial x^2}+P\,\frac{\partial^2(w+w_0)}{\partial x^2}+\frac{W}{g}\cdot\ddot{w}+k\cdot\dot{w}=0 \qquad ----(1)^{3)}$$

$$\ddot{w}=\frac{\partial\dot{w}}{\partial t} \qquad ----(2) \qquad\qquad \dot{w}=\frac{\partial w}{\partial t} \qquad ----(3)$$

$$\varphi=-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \qquad ----(4)$$

$$\varepsilon=\varepsilon_{ce}+\varphi\cdot y \qquad ----(5)$$

$$\left.\begin{array}{ll}|\varepsilon|<\varepsilon_Y: & \sigma=E\cdot\varepsilon\\ |\varepsilon|\geqq\varepsilon_Y: & \sigma=\pm\sigma_Y\end{array}\right\} ----(6)$$

$$P=-\int_A\sigma\;dA \qquad ----(7)$$

$$M=\int_A\sigma\cdot y\;dA \qquad ----(8)$$

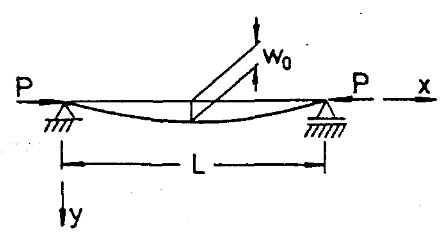

図1

ただし、M＝曲げモーメント(kgf·cm)　、P＝軸力(kgf)　、w＝付加たわみ(cm)、w_0 ＝初期たわみ(cm)、W＝単位線重量(kgf/cm³)　、　g＝重力加速度(cm/s²)　、k＝減衰係数(kgf·s/cm²)　、　ϕ＝曲率(1/cm)、ε_{ce} ＝図心を通る軸ひずみ、y＝図心からの距離(cm)、E＝ヤング率(kgf/cm²)　、ε_Y ＝降伏ひずみ、σ_Y ＝降伏応力(kgf/cm²)　、A＝断面積(cm²)である。

（2）数値計算法　式(1)~(4) を時間と場に関して差分表示すると次のようになる。

$$\ddot{w}_{i,r}=\left(\frac{M_{i+1}-2\cdot M_i+M_{i-1}}{(\Delta x)^2}-P\,\frac{(w_{i+1}+w_{0,i+1})-2(w_i+w_{0,i})+(w_{i-1}+w_{0,i-1})}{(\Delta x)^2}-k\cdot\dot{w}_i\right)_{r-1}\cdot\frac{g}{W} \qquad ----(9)$$

Ichizou MIKAMI,　Yoshifumi MORISAWA, Yasuo　MIURA, Atsunobu TSUJIMOTO

$$\dot{w}_{i,r} = \ddot{w}_{i,r}\cdot\Delta t + \dot{w}_{i,r-1} \qquad \text{------(10)}$$

$$w_{i,r} = \dot{w}_{i,r}\cdot\Delta t + w_{i,r-1} \qquad \text{------(11)}$$

$$\varphi_{i,r} = -\left(\frac{w_{i+1}-2\cdot w_i + w_{i-1}}{(\Delta x)^2}\right)_{r-1} \qquad \text{-------(12)}$$

ただし、 $\Delta x = L/n_x$ 、 n_x ＝分割数、Δt ＝時間に関する差分間隔、添字 i は場の分点番号で、$r = t/\Delta t$ である。境界条件は $w_1 = w_{n_x+1} = 0$ および、$M_1 = M_{n_x+1} = 0$ であり、初期条件は $\dot{w}_i = w_i = M_i = 0$ ($i = 1 \sim n_x+1$) とする。

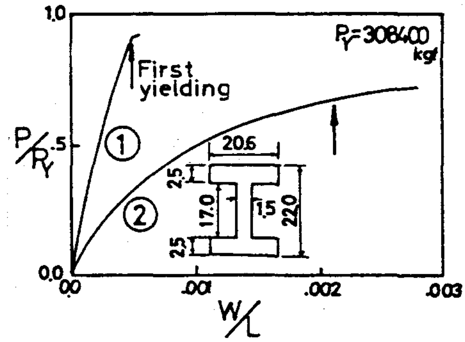

図 2

3．解析手順 解析はt=0 から始める。式(12)から ϕ を求め、ε_{ce} =-P/EA を仮定し式(5) から ε、式(6) から σ を求め、式(7) を照査する。もし、成立しないならば、ε を仮定し直して式(5) へ戻る。式(7) が成立すれば、式(8) からMを求め次に式(9) に進む。ここで、時刻が $t+\Delta t$ に進む。式(9) から $\ddot{w}$ 、式(10)から $\dot{w}$ 、式(11)から w を求め、式(12)へ進む。以上の手順を反復することによりたわみ、曲げモーメントなどは荷重Pに対して静的な状態に収束する。ただし、式(7) 、式(8) の積分は数値積分より求めた[4)]。

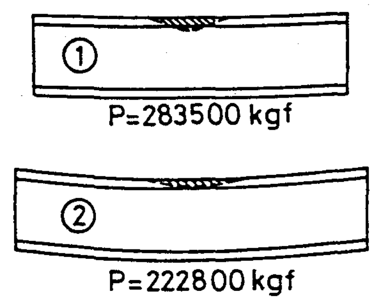

図 3

表 1

	L (cm)	DRM解 (t)	Schulz解 (t)	ERROR (%)
①	500	283.5	281	0.89
②	840	222.8	221	0.81

4．数値計算例 図２に示すＩ断面で長さＬが異なる二本の柱を解析した。ただし、$w_0 = (L/1000)\cdot\sin(\pi\cdot x/L)$ とし、n_x =10 とし、y 軸方向には両フランジ、腹板それぞれ１０分割した。数値計算結果を図２に、最終段階の塑性域の広がりを図３に示す。結果をSchulz[5)]の耐荷力と比較すると表１のようになる。以上から、DRM を用いて十分な精度の解が得られることが分かった。

なお、残留応力を有する柱については、現在解析している。

1) 馬場・成岡：土木学会誌, Vol.58, No.9., 1973.　2) 三上：土木学会論文集：No. 265,1977. 3)Timoshenko,S.,and others:Vibration Problems in Engineering,4th ed., John Wiley,1974.　4)福本：構造物の座屈・安定解析、技報堂,1982. 5) 成岡・福本・伊藤：JSSC, Vol.6,No.55,1970.