

円筒方向面内力を受ける初期たわみのある円筒パネル  
 - Dynamic Relaxation 法による幾何学的非線形解析 -

関西大学工学部 正会員 三 上 市 蔵  
 関西大学大学院 学生員 ○田 中 克 弘  
 関西大学大学院 学生員 山 科 純

1. まえがき 著者らは、先に、初期たわみを有する円筒パネルが円筒方向面内力を受ける場合の幾何学的非線形挙動を解析するために、連立非線形偏微分方程式を差分法により、連立非線形代数方程式に変換し、反復的に解を求めた<sup>1)</sup>。しかし、この場合、求解のための種々の工夫をしており、また、高精度解を得るためには連立方程式の次元が大となり、電子計算機の記憶容量を大量に必要とする。Dynamic Relaxation Method (D.R.M.)<sup>2)3)</sup>は多元連立方程式を直接解く必要がなく、各時間ごとに順次数値を代入していく反復法であり、比較的簡単にプログラミングできる。本報告では、円筒方向面内力を受ける初期たわみのある円筒パネルの幾何学的非線形解析に対する D.R.M. の適用性を検討する。

2. 基礎方程式 図-1 に示すような弧に沿った長さ  $a$ 、幅  $b$ 、厚さ  $h$ 、中央面の曲率半径  $R$  の等方性弾性円筒パネルが初期たわみを有している場合の幾何学的非線形解析を行う。荷重としては、両端に一樣な円筒方向強制変位  $w_0$  (正の場合引張力) を与える。座標を図-1 のように設定し、断面力および変位の正の方向を図-2 のように定義する。

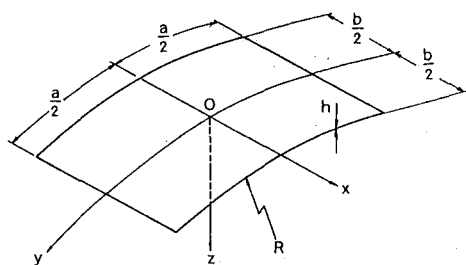


図-1

D.R.M. では、基礎方程式<sup>1)</sup> に慣性項と減衰項を付加するので、次式が得られる。

$$\rho_u \ddot{u}_t + \rho_u \dot{u} = N_{x,x} + N_{zy,y} + [N_x u_x + N_{zy} u_y]_{,x} + [N_{xy} u_x + N_y u_y]_{,y} \quad (1.a)$$

$$\rho_v \ddot{v}_t + \rho_v \dot{v} = N_{y,y} + N_{zx,x} - [M_{y,y} + 2M_{xy,x}]/R + [N_{zy} v_x + N_y (v_y - w/R)]_{,y} + [N_x v_x + N_{zy} (v_y - w/R)]_{,x} - [N_{zy} (w_x + w_{0,x}) + N_y (w_y + v/R + w_{0,y})]/R \quad (1.b)$$

$$\rho_w \ddot{w}_t + \rho_w \dot{w} = M_{x,xx} + 2M_{xy,xy} + M_{y,yy} + [N_x (w_x + w_{0,x}) + N_{zy} (w_y + v/R + w_{0,y})]_{,x} + [N_{zy} (w_x + w_{0,x}) + N_y (w_y + v/R + w_{0,y})]_{,y} + [N_y + N_{zy} v_x + N_y (v_y - w/R)]/R \quad (1.c)$$

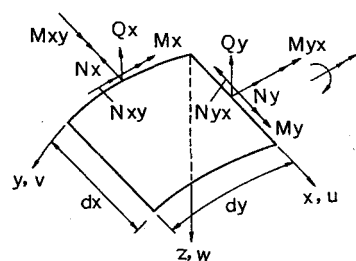


図-2

ここに、 $u_0$  は初期たわみ、 $w$  は付加たわみ、 $\dot{u}$ 、 $\dot{v}$ 、 $\dot{w}$  は変位速度、 $\rho_u$ 、 $\rho_v$ 、 $\rho_w$  は面密度、 $R_u$ 、 $R_v$ 、 $R_w$  は減衰係数である。断面力と変位の関係および境界条件は文献1) にゆずる。

パネルの1/4領域を  $x$ 、 $y$  軸方向にそれぞれ  $n_x$ 、 $n_y$  分割し、場について差分表示する。また、時間についても間隔  $\Delta t$  で差分表示する。したがって、場の分点に対する変位速度、

Ichizou MIKAMI, Katsuhiko TANAKA, Jun YAMASHINA

変位, 断面力をそれぞれ求める procedure を作り, これらを時間について繰り返し計算していくことにより, 変位速度, 変位, 断面力が改良され, 最終的に静的釣合い状態の解に到達する。

3. 無次元量 無次元量は以下のとおりである。

$\alpha = a/b$ ,  $\beta = b/h$ ,  $\gamma = b^2/hR$ ,  $\bar{x} = x/b$ ,  $\bar{y} = y/a$ ,  $\bar{t} = t\sqrt{D/\rho_w}/b^2$ ,  $\bar{u} = ub/h^2$ ,  $\bar{v} = vb/h^2$ ,  $\bar{w} = w/h$ ,  $\bar{w}_0 = w_0/h$ ,  $\bar{V}_m = 2V_m/a$ ,  $\psi = bK/D$ ,  $\bar{N} = Nb/D$ ,  $\bar{M} = Mb/hD$ ,  $\bar{R}_u = R_u h^2/\sqrt{\rho_w D}$ ,  $\bar{R}_v = R_v h^2/\sqrt{\rho_w D}$ ,  $\bar{R}_w = R_w b^2/\sqrt{\rho_w D}$ ,  $\bar{\rho}_u = \rho_u h^2/\rho_w b^2$ ,  $\bar{\rho}_v = \rho_v h^2/\rho_w b^2$ 。ここに,  $D$  はパネルの曲げ剛度,  $K$  は側辺の回転ばね定数である。以後, 記号 $-$ を省略する。

4. 数値計算結果  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 40$ ,  $\gamma = 0.4$ ,  $\psi = 0$ , 端辺固定支持,  $w_{0max} = 0.1$ ,  $V_m = -0.005$ ,  $n_x = n_y = 12$  で, パネル中央の全たわみ  $w_t (= w + w_0)$  および速度  $\dot{w}$  と時間の関係を減衰係数  $R_w = 20$ , 30 の場合について比較すると図-3 のようになる。この場合,  $t = 0.4$  でほぼ収束している。

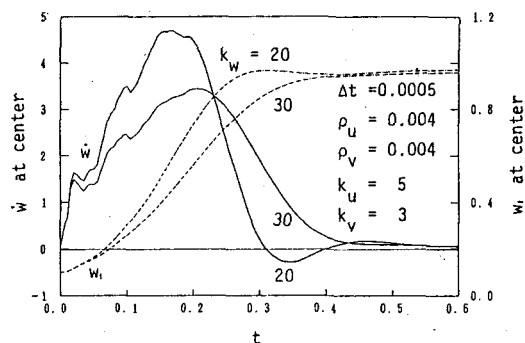


図-3

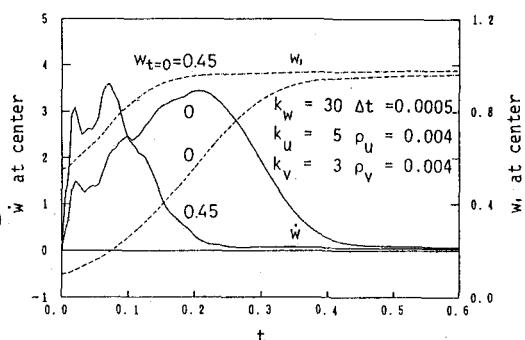


図-4

図-4 は前述のモデルにおいて,  $w$  の初期値を 0 として  $V_m = -0.005$  に対する解を求めた場合と  $V_m = -0.004$  の  $w$  を初期値として解を求めた場合を比較したものである。当然のことであるが後者のほうが収束が早い。

幅  $b = 100$  cm, ヤング率  $E = 2.1 \times 10^6$  kgf/cm<sup>2</sup>, ポアソン比  $\nu = 0.3$ , 初期たわみ  $w_{0max} = 0$  における中央横断面のたわみ分布を図-5に, 中央横断面の内周方向膜応力分布を図-6に示す。

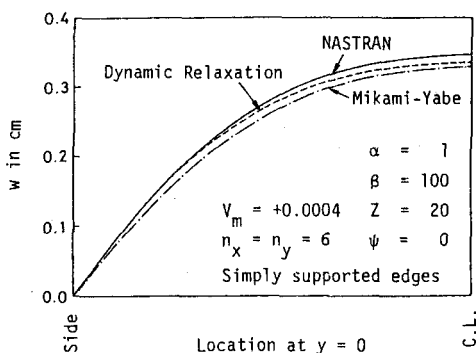


図-5

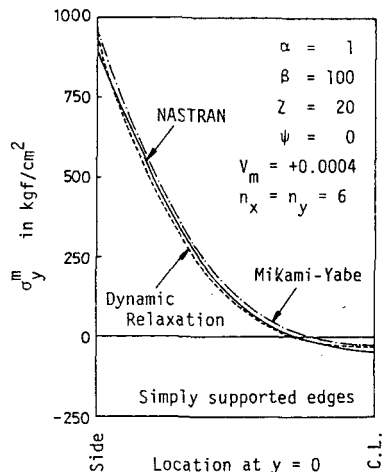


図-6

す。両図とも文献1) の差分解と汎用有限要素法 NASTRAN による解とを比較のため併記した。図より, D.R.M.による解は十分な精度をもっていることがわかる。

1) 三上・矢部: 構造工学論文集, Vol.31A, 1985. 2) 馬場・成田: 土木学会誌, Vol.58, 1973, pp.50~56. 3) 三上: 土木学会論文報告集, No.265, 1977, pp.147~150.