

走行荷重による扇形平板の動的応答解析

大阪市立大学 正員 園田 恵一郎

〃 〃 小林 治俊

大阪府

〃 〃 萩田 英誠

1 まえがき 曲線橋と平板構造としてみなした場合には扇形平板と考えることが出来る。扇形板の力学的挙動は、曲率を有する形状の故に、矩形板の挙動とはかなり異なることが容易に想像出来る。本研究は直線辺が単純支持され円弧辺が自由である扇形平板の走行荷重による動的性状を明らかにすることを目的としている。解析には、Bessel関数を含む固有関数を用いたモード法を採用する。扇形平板の動的特性に影響を与えるパラメータには、扇形板の開角、板幅、荷重の走行位置、走行速度、板の内部減衰があるので、これらのパラメータの変化に対する動的特性の検討を行うとあるものである。

2 動的応答解析 図1に扇形板の座標系を示す。扇形板の開角を α 、内・外径を r_i, r_o 、走行荷重は直線辺と中心円弧長がともに L の扇形等分布荷重で、 $r=r'$ の円弧に沿って一定の角速度 ω で走行するものとする。

動的応答問題のため w に関する支配方程式は、

$$D\Delta\Delta w + 2K\rho\dot{w} + \rho\ddot{w} = F(r, \theta, t) \quad (1)$$

ここで、 D :板剛度、 K :板の内部減衰定数、 ρ :板の単位面積当りの質量、 F =荷重、 Δ =laplacian、 $\cdot = \partial/\partial t$ 。境界条件は、 $w = M_\theta = 0$ ($\theta = 0, \alpha$)、 $M_r = V_r = 0$ ($r = r_i, r_o$)

式(1)の解を境界条件を満足する同じ形状の扇形板の固有関数 $W_{mn}(r, \theta)$ で表わす:

$$w = \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) W_{mn}(r, \theta) \quad ; \quad Q_{mn}(t) = \text{時間関数} \quad (2)$$

$$W_{mn} = R_{mn}(r) \sin M\theta \quad ; \quad R_{mn} = A_{mn} J_M(k_{mn}r) + B_{mn} Y_M(k_{mn}r) + C_{mn} I_M(k_{mn}r) + D_{mn} K_M(k_{mn}r) \quad (3)$$

ここで、 $M = m\pi/\alpha$ 、 J_M, Y_M は M 次のBessel関数、 I_M, K_M は M 次の変形Bessel関数、 $k_{mn} = (\sqrt{\rho P_{mn}^2/D}) = \text{固有値}$ 、 P_{mn} =固有円振動数、 $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$ は境界条件から決まる定数。

固有関数は、式(4)及び式(5)の直交条件を満足する。

$$D\Delta\Delta W_{mn} - \rho P_{mn}^2 W_{mn} = 0 \quad (4) \quad \int_0^\alpha \int_{r_i}^{r_o} W_{mn} W_{ij} r dr d\theta = \delta_{mn}^{ij} N_{mn} \quad ; \quad \delta_{mn}^{ij} = \text{クロネッカーデルタ} \quad (5)$$

さて、時間関数 $Q_{mn}(t)$ を求めるため式(2)を式(1)に代入し、式(4)(5)を利用して整理すれば

$$\ddot{Q}_{mn} + 2K\dot{Q}_{mn} + P_{mn}^2 Q_{mn} = Z_{mn}(t) \quad ; \quad Z_{mn}(t) = \frac{P_{mn}^2}{D\delta_{mn}^{ij} N_{mn}} \int_0^\alpha \int_{r_i}^{r_o} F(r, \theta, t) W_{mn}(r, \theta) r dr d\theta \quad (6)$$

を得る。積分は、(1)走行荷重が板の左端より進入する場合 ($0 \leq t_1 \leq \beta/\omega$) (2)走行荷重全体が板上にある場合 ($0 \leq t_2 \leq (\alpha - \beta)/\omega$) (3)走行荷重が板の右端より通過する場合 ($0 \leq t_3 \leq \beta/\omega$) の3通りに分けて行う。これらの3状態に対する式(6)の解は次式で与えられる。

$$Q_{mni}(t) = \frac{1}{\phi} \int_0^{t_i} Z_{mni}(\tau) e^{-K(\tau-t)} \sin \phi(t_i - \tau) d\tau + Q_{mni}(0) e^{-Kt_i} \cos \phi t_i + [K Q_{mni}(0) + \dot{Q}_{mni}(0)] \frac{e^{-Kt_i}}{\phi} \sin \phi t_i \quad (7)$$

ただし $\phi = \sqrt{P_{mn}^2 - K^2}$ 。 $Q_{mni}(0)$ 、 $\dot{Q}_{mni}(0)$ は積分定数で、状態 i と $i+1$ との連続条件より決定される。本文では走行荷重進入前には板は静止しているものとし、 $Q_{mni}(0) = \dot{Q}_{mni}(0) = 0$ とする。

3 数値計算結果 扇形板の動特性を調べるため、動的増加率 δ 、スピードパラメータ C 、

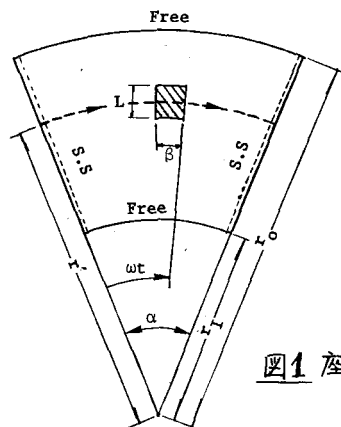


図1 座標系

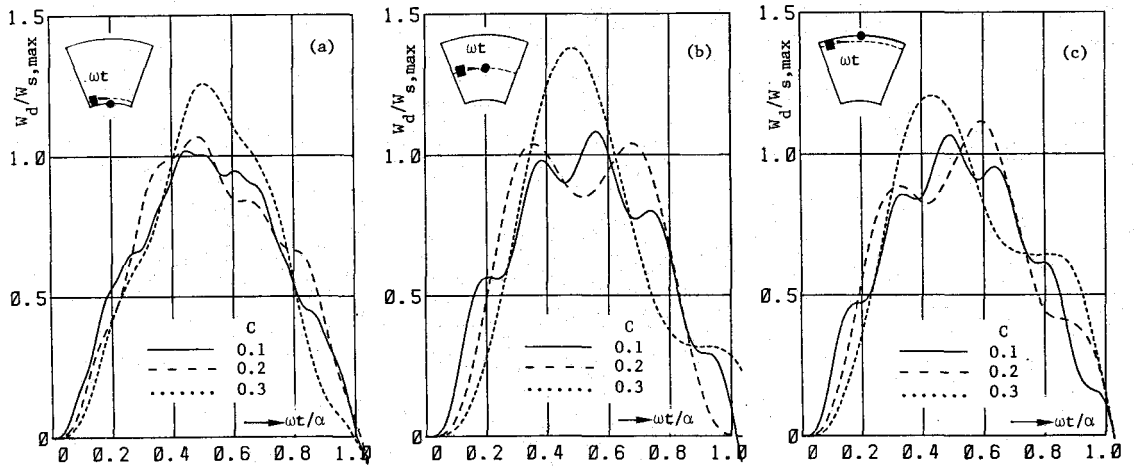


図2 たわみの動的応答曲線 (a)内円弧走行 (b)中央円弧走行 (c)外円弧走行: $\alpha = \pi/6$, $\eta = 0.7$

半径比 η を次式で定義する。

$$\delta = (W_{d,max} - W_{s,max}) / W_{s,max} \times 100\%$$

$$C = \omega / \alpha \eta_1 ; \eta = r_2 / r_0 \quad (8)$$

次にポアソン比; 荷重幅は $\nu = 0.2$, $L = r_0/20$ とし数値計算を行った。まず減衰の無い場合のたわみの動的応答曲線を図2に示す。荷重の走行位置スピードパラメータの変化によりモードの違いが現われている。走行位置については

内円弧走行時が他に比べれば変化が少いと言える。図3は、たわみの動的増加率を表わ

したものであり、開角の変化よりも半径比の変化に影響を受けることがわかる。以上いずれも内・中央・外円弧走行ともに走行速度は同じとし、中央走行時の速度パラメータを基準としている。そのため、内・外円弧走行時には C の値は中央走行に比べ相対的に大き目、小さ目の値になっている。最後に減衰の影響を調べるため、対数減衰率 d ($K = d \frac{P_{max}}{2\pi}$) を 0.05, 0.10, 0.20 とした場合の動的増加率を図4に示した。実スラブでは $d \leq 0.2$ と言われており、図4では減衰のない場合との最大差は約4%であるから、減衰の効果は小さいものと考えられる。

4 参考文献 (1) T.Yamasaki and T.Kaneko: Proc. 19th J.N.C.A.M.

(2) R.Ramakrishnan et al.: J.S.V., Vol.30, 1973 (3) S.K.Chaudhuri et al.: Proc. ASCE, ST Division, Vol.103, 1977.

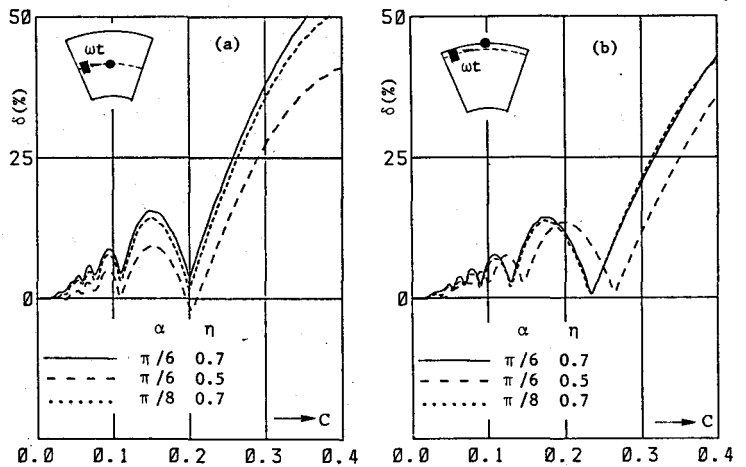


図3 たわみの動的増加率と速度パラメータ (a)中央円弧走行 (b)外円弧走行

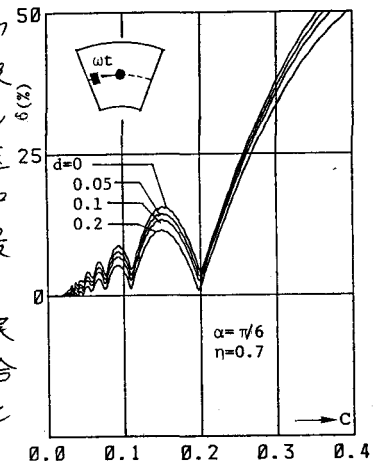


図4 たわみの動的増加率と速度パラメータ(減衰考慮)