地盤－構造物系の固有振動特性に及ぼす動的相互作用の効果

京都大学防災研究所　　土岐憲三
〃　　佐藤忠信
愛知県　　○中尾恭啓

1．まえがき： 通常の耐震設計では、構造物の応答値はモード解析法を用いて評価されるので、地盤との動的相互作用効果を考慮に入れると、構造物の固有振動数ならびに減衰定数がどのように変化するかについて詳細な検討を加える。

2．地盤－構造物系の振動解析： 地盤－構造物系の動的相互作用を考慮した固有値解析を行う。基礎の振動としては、ロッキング振動と水平振動との連成振動を考え、上部構造物は集中質量形の多自由度系に置換した。簡単のため各質点の質量慣性モーメントを無視すると、運動方程式は次式のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} [m] & \{m\} & \{mh\} \\ \{m\}^T & M+\Sigma m_i & \Sigma m_i h_i \\ \{mh\}^T & \Sigma m_i h_i & I_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{\psi}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [c] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & C_{XX} & C_{XR} \\ \{0\}^T & C_{RX} & C_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u}_b \\ \dot{\psi}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & K_{XX} & K_{XR} \\ \{0\}^T & K_{RX} & K_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_b \\ \psi_b \end{Bmatrix} = 0 \quad (1)$$

ここに［m］，［c］，［k］は各々上部構造物の質量、減衰ならびに剛性マトリックスである。上部構造系の減衰マトリクス［c］は［c］＝α［k］とし、α＝0.008 を用いた。また基礎の重量は5000t とした。なお、M, I_bは基礎の質量と慣性モーメントを、C_{XX}, C_{XR}, C_{RX}, C_{RR} は基礎の減衰係数を、K_{XX}, K_{XR}, K_{RX}, K_{RR} は基礎の剛性を定義する定数であり各々地盤のせん断波速度、ポアソン比、基礎の形状などによる関数として表わされる。[1)]

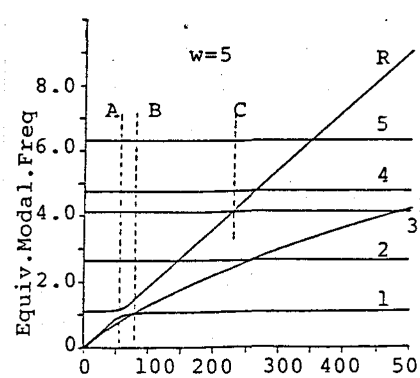
一般に式 (1)における減衰マトリックスは非比例減衰特性を有しているので複素固有値解析を行わなければならない。この場合、基礎系を含めた構造系の自由度を(n+2) とすれば、式 (1)で与えられる運動方程式の固有値 λ_i (i=1, …,n+2) は、$\lambda_i = a_i \pm i b_i$ と与えられる。一方、減衰マトリックスが比例減衰から構成されるとすると式(1) の固有値λ_i は、$\lambda_i = -\omega_{0i} h_i \pm i\sqrt{1-h_i^2}\ \omega_{0i}$ となる。ここに、ω_{0i}は非減衰系のi次の固有円振動数であり、h_i はi次の減衰定数である。両者を等値することで等価非減衰固有円振動数は

$$\omega_{0i} = \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (2)$$

減衰定数は次式のように与えられる。

$$h_i = -a_i \Big/ \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \quad (3)$$

以下、上部構造物の重量(w) を変化させると、全体系の等価な固有振動数および減衰定数がどのように変化するかを、地盤のせん断波速度(Vs)をパラメータとして示す。まず、上部構造物を５自由度系にして解析を行った。

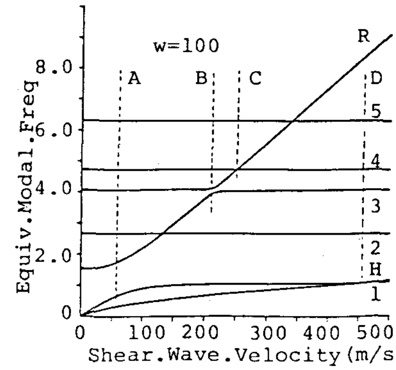


図－１ (a)　固有振動数曲線

Kenzo TOKI ,Tadanobu SATO ,Yasuhiro NAKAO

図－１は、各質点間の高さを一定にし、最下質点の重量と他の各質点との重量比を一定に保ち、最下質点の重量(w) を変化させたときの等価固有振動数曲線である。図(a) はw=5t，図(b) はw=100tの場合である。

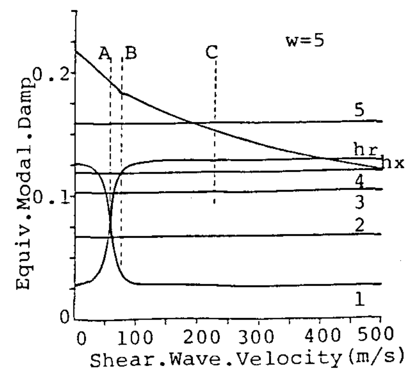
図中の右端の番号は、上部構造物の１～５次までの振動モードを、また、Ｒで示される斜上方へ伸びる線は基礎のロッキング振動が卓越するモードを表わし、Ｈで示される曲線は基礎の水平振動の卓越するモードにおける振動数を表わしている。図(a) ではVsがＡのところで、図(b) ではＡ，Ｂ，Ｄのところで連成をおこしていることがわかる。上部構造物の重量が増加すると基礎の水平振動に対する振動数は下降し、上部構造物の１次振動モードと基礎のロッキング振動とが連成をおこす場所で、それぞれの曲線の離れ方が著しくなることがわかる。基礎のロッキングの振動モードは上部構造物の多数の振動モードとの間で連成をおこすようになる。これは、上部構造物の重量が増してくると、上部構造物の振動モードが基礎の振動モードに与える影響が大きくなり、広範囲の振動モードと連成するようになるためである。



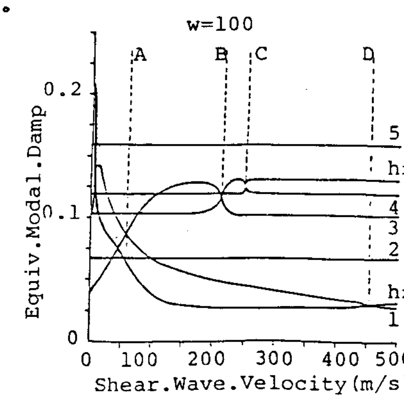
図－１（b） 固有振動数曲線

図－２は、図－１に対する等価減衰定数曲線である。図の右端の番号は、上部構造物の各次モードに対する減衰定数を示すものであり、hxは基礎の水平振動、hrは基礎ロッキング振動に対する減衰定数である。

基礎の水平振動モードに対する減衰定数が、一定値にはならずに、Vsの増加とともに減少するのは、図－１(a) の(2) の曲線が上に凸になっているためである。また、振動数が連成をおこしているVsの領域、即ち、図(a) ではVsがＡのところで、図(b) ではＡ，Ｂ，Ｄのところで減衰定数曲線の交差がおきている。



図－２（a） 減衰定数曲線



図－２（b） 減衰定数曲線

３．結論： 以上、基礎との連成を考えた多自由度構造物の振動特性について詳細な考慮を加えた。上部構造物の重量を増すと基礎の水平振動モードの卓越する振動数は低くなり減衰定数は小さくなること、さらに重量が大きくなると、基礎の振動モードは上部構造物の広範囲の振動モードと連成をおこすようになることが判明した。

参考文献：1) Veletsos,A.S.and Y.T.Wei ;Lateral and Rocking Vibration of Footing, Proc .ASCE ,Vol.97 ,SM9, pp.1227-1249 ,1971.