

波数積分を解析的に評価した地中点加振解

清水建設 正〇福森浩史

神戸大学 学 衣川 至 正 北村泰寿

1. まえがき 本文は、Kausel¹⁾の方法に基づいて、波数積分を解析的に評価した二次元半無限弾性体内部の点加振力による変位・応力解を求めたものである。とくに、本文では変位・応力解の精度について調べ、この成果をふまえて若干の適用例を示す。

2. 解析手順 弾性地盤（均質に、厚さを H とする）と成層条件、加振力位置、解の精度を考慮して N 個の薄層に分割する。なお、薄層内での深さ方向の変位分布は直線変化と仮定する。いま、深さ H の位置に剛基盤が存在し弾性地盤と完全密着の場合には、この位置での変位を 0 とする。また、半無限地盤を模擬する場合に、この位置に粘性境界を導入する。つぎに、解析手順としては、各薄層の層剛性マトリックス（波数 k の関数）を薄層要素法²⁾の概念に基づいて求め、全体剛性マトリックスを作成する。この全体剛性マトリックスに対して固有値解析を行い、進行波に相当する固有値の選択と固有ベクトルの基準化を行う。一方、加振力を座標に関して Fourier 変換し、この加振力に相当する波数領域での変位・応力解を固有ベクトルの重ね合せによって表わす。そして、Fourier 逆変換を施し、波数積分を解析的に求めれば所要の変位・応力解が得られる。

3. 点加振解 第 $n-1$ 層と第 n 層の境界の $x=0$ に点加振力 ($P_x e^{i\omega t}$, $P_z e^{i\omega t}$) が作用すると、第 $m-1$ 層と第 m 層の境界で $x=r$ ($r \geq 0$) なる点における変位・応力は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{M_1 H}{R_s^3} \begin{bmatrix} u_m \\ w_m \end{bmatrix} &= \sum_{l=1}^{2M} [\alpha_{n,l} + i\beta_{n,l}] \begin{bmatrix} \phi_x^{m,l} \\ -i\phi_z^{m,l} \end{bmatrix} e^{-i\beta_l r} \\ -\frac{M_1 H}{R_s^3} \begin{bmatrix} \tau_{xz}^m \\ \sigma_m^z \end{bmatrix} &= \sum_{l=1}^{2M} [K_{11}^{m,l}, K_{12}^{m,l}] \begin{bmatrix} \phi_x^{m,l} \\ \phi_z^{m,l} \\ \phi_x^{m+1,l} \\ \phi_z^{m+1,l} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \alpha_{n,l} \\ \beta_{n,l} \end{bmatrix} e^{-i\beta_l r} + S_n \\ \frac{M_1 H}{R_s^3} \sigma_m^z &= \sum_{l=1}^{2M} [-i\alpha_{n,l} + \beta_{n,l}] \{ (\lambda_m + 2\mu_m) P_x \phi_x^{m,l} - \frac{\lambda_m}{\mu_m} (\phi_z^{m,l} - \phi_z^{m+1,l}) \} e^{-i\beta_l r} \end{aligned}$$

ここで、 M は剛基盤が存在するとき $M=N$ 、粘性境界を併用するとき $M=N+1$ となる。 λ_m, μ_m は第 m 層の Lamé の定数、 h_m は第 m 層の層厚、 β_l は S 波の波数、 i は虚数単位を示す。また、 $(\phi_x^{m,l}, \phi_z^{m,l})$ は固有値 β_l に相当する固有ベクトルの第 m 層成分であり、 $K_{ij}^{m,l}$ ($j=1,2$) は第 m 層の層剛性マトリックスにおける波数 β_l を固有値 β_l で置き換えたマトリックスの 2×2 のサブマトリックスである。なお、 $\alpha_{n,l}, \beta_{n,l}, S_n$ は次式で与えられる。

$\alpha_{n,l} = (P_x / i\omega h_n) \phi_x^{n,l}$, $\beta_{n,l} = (P_z / i\omega h_n) \phi_z^{n,l}$, $S_n = \delta(x) A_m \sum_{l=1}^{2M} [\phi_x^{m,l} \phi_x^{n,l} + \phi_z^{m,l} \phi_z^{n,l}]$
 また、 A_m は第 m 層の層厚および Lamé の定数で表わされる 4×4 のマトリックスである。¹⁾

4. 解の精度 上述の離散化モデルに対する解は、離散化の程度によりその精度が異なる。図-1 は、剛基盤上の厚さ H の弾性体の中央深さ ($z=H/2$) に無次元振動数 $\omega H / v_s = 3.5$

Hiroshi FUKUMORI, Wataru KINUGAWA, Yasutoshi KITAMURA

の鉛直点加振が作用する場合の表面の鉛直変位を理論解と比較したものである。8層分割
 であり、より精度の解が得られている。この分割数は無次元振動数に依存しており、薄層
 の厚さがS波の波長の1/8程度で十分な精度の解が得られることになる。

一方、粘性境界を導入する場合、この設置
 位置が解の精度を大きく左右する。図-2は
 表面に水平点加振が作用する場合の表面の鉛
 直変位を半無限弾性体に対する理論解($H=\infty$)
 と比較したものである。なお、このとき薄層
 の厚さはS波の波長の1/8に固定した。粘性境
 界は波動を完全に吸収できるものではなく、
 境界への波動の入射角によって反射による
 影響が残る。 $H = \alpha \lambda_p$ (λ_p : p波の波長)と
 した場合、 $\alpha/\lambda_p = 2.5$ (λ_p : S波の波長)以
 上において実際に大きな差異が見られるのは
 このためと考えられる。しかし、 $H = 1.0 \lambda_p$ と
 すれば、 $1/\lambda_p \leq 0.5$ の範囲では半無限弾性
 体の解と非常によい一致を示している。なお、
 ここでは一例を示したが、他の変位・応力解
 も同様の傾向を示している。

5. 適用例 図-3は、上述の解を基本
 解として半無限弾性体に対する複素剛性を求
 め、理論解を基本解とした場合の複素剛性と
 比較したものである。両者の結果はよく一致
 しており、上述の解を境界要素法の基本解と
 して利用することは実務面への応用の点から
 非常に有用である。

なお、紙面の都合上省略した結果につい
 ては講演稿に示す。

文献

- 1) Kausel, E: M.I.T., Research Report R81-13,
 Orden No. 699, 1981.

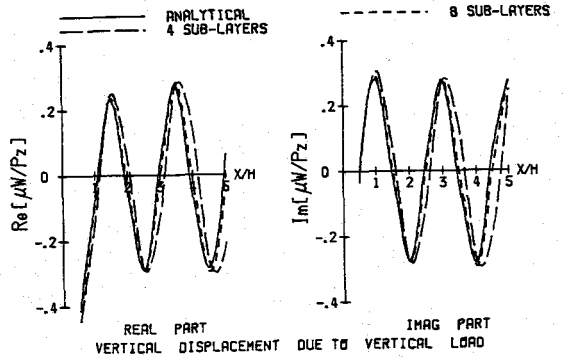


図-1 層分割数の影響

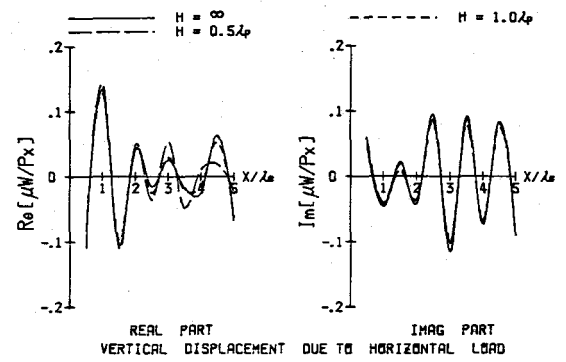


図-2 粘性境界の設置位置の影響

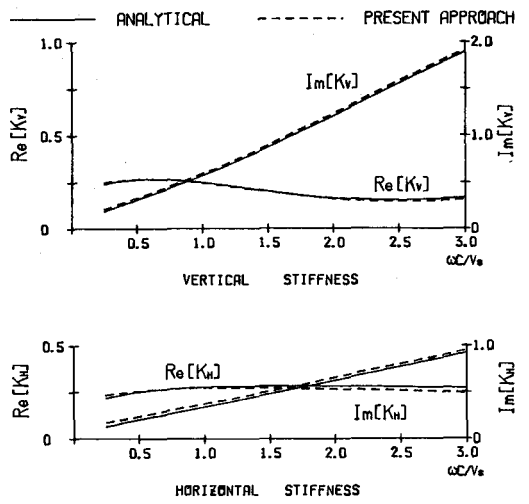


図-3 半無限弾性体の複素剛性