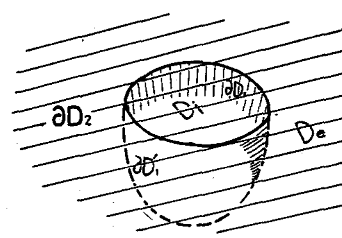
ＢＩＥＭ－ＦＥＭ結合法による地盤－基礎系の動的解析

京都大学大学院　学生員　○森　勝彦
京都大学工学部　正員　　小林　昭一

1．はじめに

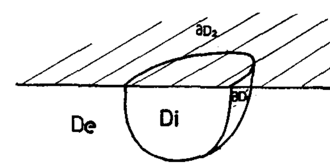
境界積分方程式法（Boundary Integral Equation Method；BIEM）及び有限要素法（Finite Element Method；FEM）はそれぞれ長短があり，前者は(半)無限領域の問題，後者は複雑な非均質場の問題に対して，より簡便かつ有利に適用しうることが知られている。そこで両者の長所を生かして、外部領域にBIEMを、内部領域にFEMを用いた結合法によって，地盤に埋設された基礎構造物に対し地震波動が作用した場合の定常応答解析を試みた。モデルとしては，等方均質な半無限媒質に埋設された直方体を考え，それにP波，あるいはS波を入射させた。

2．モデルの定式化



ここで考えているモデルは右図のようなものである。まず、この問題を領域（$D_i + \partial D_1$）における内部問題と，領域（$D_e + \partial D_1' + \partial D_2$）における外部問題に分離し，それぞれについて定式化を行なう。ついで、境界∂D_1で表面力が釣り合い、変位が連続するという境界条件を満足するよう、2つの問題から得られた式を結合する。

(i)外部問題



3次元動弾性問題の基本解は次のように与えられる。

$$\Gamma_i^{(k)}(x,y) = \frac{1}{4\pi\mu}\left[\frac{e^{ik_T r}}{r}\delta_{ik} + \frac{1}{k_T^2}\left(\frac{e^{ik_T r}}{r} - \frac{e^{ik_L r}}{r}\right)_{,ij}\right] \quad ①$$

ここに，$r=|x-y|$，k_T，k_Lはそれぞれ横波，縦波の波数である。

また，

$$\Gamma_{Ii}^{(k)}(x,y) = \lambda n_i \Gamma_{j,j}^{(k)}(x,y) + \mu n_j\left\{\Gamma_{i,j}^{(k)}(x,y) + \Gamma_{j,i}^{(k)}(x,y)\right\} \quad ②$$

とおく．

Bettiの相反作用の定理を用いると，領域（$D+\partial D$）において，次の境界積分方程式が成立する。

$$C_i^{(k)}(x)u_i(x) = \int_{\partial D}\left[\Gamma_i^{(k)}(x,y)t_i(y) - u_i(y)\Gamma_{Ii}^{(k)}(x,y)\right]dS_y \quad ③$$

なお、ここで変数はradiation conditionを満足することが必要であるが、そのようなものとして，散乱波による変位及び表面力を考える。

式③を境界（$\partial D_1' + \partial D_2$）に適用し、離散化を行なうと、結局、外部問題は次のように定式化できる。

$$\left[\,T_{\partial D_1'} \quad T_{\partial D_2}\right]\begin{Bmatrix} \underset{\sim}{u}_s(\partial D_1') \\ \underset{\sim}{u}_s(\partial D_2) \end{Bmatrix} = \left[\,U_{\partial D_1'} \quad U_{\partial D_2}\right]\begin{Bmatrix} \underset{\sim}{t}_s(\partial D_1') \\ \underset{\sim}{t}_s(\partial D_2) \end{Bmatrix} \quad ④$$

ここに，T，Uはそれぞれ2重層，1重層，$\underset{\sim}{u}_s$，$\underset{\sim}{t}_s$は散乱波による変位，表面力を表わす。

Katsuhiko MORI　　Shoichi KOBAYASHI

(ii)内部問題

定常状態の運動方程式に任意の変位ベクトルv_iをかけ、領域Dで積分して適当に変形すると，次式を得る。

$$\int_D (v_{i,j}\tau_{ij} - \rho\omega^2 v_i u_i)\,dV = \int_{\partial D} v_i t_i \,dS \qquad ⑤$$

領域$(\partial D_i + D_i)$を要素分割し、離散化を行なうと，式⑤より内部問題は次のように定式化できる。

$$\begin{bmatrix} K_{\partial D_i} & K_{D_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{u}(\partial D_i) \\ \underset{\sim}{u}(D_i) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\partial D_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{t}(\partial D_i) \end{Bmatrix} \qquad ⑥$$

（K，Fは形状関数，及び，物理定数に依存する係数）

(iii)式の結合

∂D_2の区間については、これを有限区間で切断しても解に影響が現れなくなる範囲（波長の2倍程度）まで取ることにする。

境界上での表面力の釣り合い条件、変位の連続条件，半無限地盤上での応力freeの条件より，

$$\underset{\sim}{t}(\partial D_i') = -\underset{\sim}{t}(\partial D_i) \quad , \quad \underset{\sim}{u}(\partial D_i') = \underset{\sim}{u}(\partial D_i) \quad , \quad \underset{\sim}{t}(\partial D_2) = 0 \qquad ⑦$$

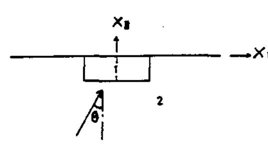
これらを用いると、内部問題と外部問題を次のような1つの方程式系に結合することができる。

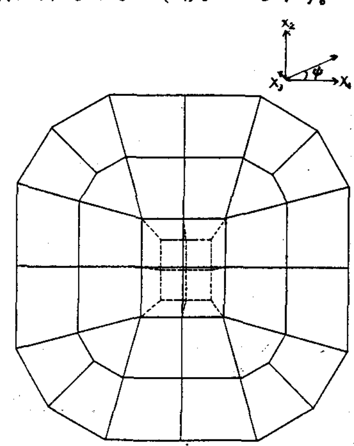
$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_i'} & T_{\partial D_2} & -U_{\partial D_i'} & 0 \\ K_{\partial D_i} & 0 & F_{\partial D_i} & K_{D_i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{u}(\partial D_i') \\ \underset{\sim}{u}(\partial D_2) \\ \underset{\sim}{t}(\partial D_i) \\ \underset{\sim}{u}(D_i) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\partial D_i'}\underset{\sim}{u}_{IR}(\partial D_i') + T_{\partial D_2}\underset{\sim}{u}_{IR}(\partial D_2) - U_{\partial D_i'}\underset{\sim}{t}_{IR}(\partial D_i') - U_{\partial D_2} t_{IR}(\partial D_2) \\ 0 \end{bmatrix} \qquad ⑧$$

ここに，$\underset{\sim}{u}_{IR} = \underset{\sim}{u}_I + \underset{\sim}{u}_R$，$\underset{\sim}{t}_{IR} = \underset{\sim}{t}_I + \underset{\sim}{t}_R$， suffix I，Rは各々，入射波、反射波によるものであることを示す。

3．数値解析例

解析に用いたモデルは，右図に示すようなものである。なお、BIEM，FEM共に、2次アイソパラメトリック要素を適用した。





下図は計算結果である。種々の条件が図中に次のように示されている。

1．入射波の種類　2．直方体のsize　3．入射波の波長

4．入射角 θ，φ　5．直方体の弾性係数　6．変位の倍率

REAL，IMAG.は各々原点に波の腹，節ができた場合を表わしている。