

BIEM-FEM結合法による地下構造物の動的解析

京都大学工学部 正会員 小林 昭一
 京都大学大学院 学生会員 ○金子 正洋

1. はじめに

本研究では、地下構造物が存在する半無限地盤が、地震時にどのような挙動を示すかについて、調べた。地震波動として、P波・S波を仮定し、数値解析法としては、境界積分方程式法(Boundary Integral Equation Method; BIEM) 及び、有限要素法(Finite Element Method; FEM)を用いた。BIEM, FEM, 両方の長所を生かし、内部領域に、領域内の物理定数の変化に対応しやすいFEMを、外部無限領域に、BIEMを、それぞれ使用している。

2. モデルの定式化

ここでは、解析モデルとして右下図のような、馬蹄型の空洞をもち、そのまわりにライニングが存在するものを、考える。また、その外部の地盤は、2次元線型弾性体とする。半無限地盤を、右下図のように分け、領域($D_e + \partial D_I + \partial D_{II} + \partial D_{III}$)においては、BIEMを、領域($D_I + \partial D_I + \partial D_{II}$)においては、FEMを用いて、それぞれ、定式化する。ここで、BIEM, FEMともに、定式化において、2次アイソパラメトリック要素による離散化を用いている。

(i) 波動

領域内にある点の変位、表面力は、平面入射波、平面反射波、散乱波によるものの和で与えられる。また、外部領域のように、領域が無遠慮にまで及ぶ場合、radiation conditionを満足しなければならない。これを満足する、変位・応力として、ここでは、散乱波によるものを考える。

(ii) 外部問題

Green の第2公式を用いると、

$$\int_{\partial D} (u \nabla^2 v - v \nabla^2 u) dS = \int_D (u \Delta v - v \Delta u) dC \quad (1)$$

と書け、これに次式のような、2次元定常弾性問題の基本解を与えると、

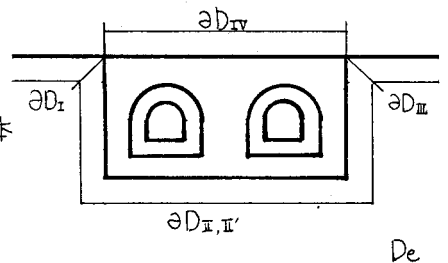
$$\Gamma_i^{(0)}(x, y) = \frac{i}{4\pi k} \left[H_0^{(0)}(k_r r) \delta_{ik} - \frac{1}{k_r^2} \{ H_0^{(0)}(k_r r) - H_0^{(0)}(k_t r) \}_{,ik} \right] \quad (2)$$

(ここに、 $r = |x - y|$, k_r, k_t はそれぞれP波、S波の波数)

領域($D + \partial D$)において次の積分方程式が成立する。

$$\frac{1}{2} u_k(x) = \int_{\partial D} \{ \Gamma_i^{(0)}(x, y) t_i(y) - \Gamma_i^{(0)}(x, y) u_i(y) \} dC \quad (x \in \partial D) \quad (3)$$

式(3)を区間($\partial D_I + \partial D_{II} + \partial D_{III}$)にわたって適用し、離散化すると、結局、以下に示す方程式が得られる。ここで $\partial D_I, \partial D_{II}$ の区間については、波長の2倍程度にとどめ、その外部の影響は、無視しえるものとした。



Shoichi KOBAYASHI Masahiro KANEKO

$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_I} & T_{\partial D_{II}} & T_{\partial D_{III}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3(\partial D_I) \\ u_3(\partial D_{II}) \\ u_3(\partial D_{III}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{\partial D_I} & U_{\partial D_{II}} & U_{\partial D_{III}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_3(\partial D_I) \\ t_3(\partial D_{II}) \\ t_3(\partial D_{III}) \end{bmatrix} \quad (\text{ここに } T: 2 \text{ 重層 } \quad U: 1 \text{ 重層}) \quad (4)$$

(iii) 内部問題

基礎式は、動弾性の基礎方程式より導かれる。

$$\int_0 (\rho v_{ij} t_{ij} - \rho w v_i u_i) ds = \int_0 v_i t_i dc \quad (\text{ただし } v_i \text{ は任意の変位ベクトル}) \quad (5)$$

領域 $(D_I + \partial D_{IV} + \partial D_{IV})$ の要素分割を行ない、式(5)を適用すると、結局次に示す式が得られる。

$$\begin{bmatrix} K_{\partial D_{IV}} & K_{\partial D_{IV} + \partial D_{IV}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(\partial D_{IV}) \\ u(D_I + \partial D_{IV}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\partial D_{IV}} \end{bmatrix} t(\partial D_{IV}) \quad (K, F \text{ は形状関数及び物理定数に依存する係数}) \quad (6)$$

(iv) 定式化

(ii)(iii) で求めた式に、以下の境界上の諸条件を与えることによって、定式化を行なう。

それらの条件は、内部外部領域境界上での、表面力のつり合い条件(7)、変位の連続条件(8)及び、半無限地盤上での、応力 free の条件(9)である。

$$t_3(\partial D_{IV}) = -t_3(\partial D_{IV}) \quad (7) \quad u(\partial D_{IV}) = u(\partial D_{IV}) \quad (8) \quad t_3(\partial D_{IV}) = t_3(\partial D_{III}) = 0 \quad (9)$$

これを用いると、(4)と(6)は次のような1つの方程式で表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_I} & T_{\partial D_{II}} & T_{\partial D_{III}} & U_{\partial D_{IV}} & 0 \\ 0 & K_{\partial D_{IV}} & 0 & F_{\partial D_{IV}} & K_{D_I + \partial D_{IV}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(\partial D_I) \\ u(\partial D_{II}) \\ u(\partial D_{III}) \\ t_3(\partial D_{IV}) \\ u(D_I + \partial D_{IV}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\partial D_I} u_{IR}(\partial D_I) + T_{\partial D_{II}} u_{IR}(\partial D_{II}) + T_{\partial D_{III}} u_{IR}(\partial D_{III}) \\ -U_{\partial D_{IV}} t_{IR}(\partial D_{IV}) - U_{\partial D_{IV}} t_{IR}(\partial D_{IV}) - U_{\partial D_{IV}} t_{IR}(\partial D_{IV}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

(ここに $u_{IR} = u_I + u_R$ であり、 u_I は平面入射波によるもの、 u_R は平面反射波によるものをさす)

この式を解けば、境界上の変位、表面力、及び、内部の変位を求めることができる。

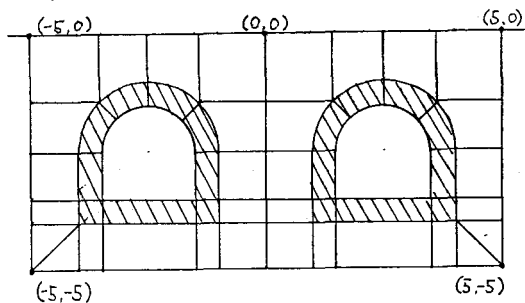
3. 数値計算結果

内部領域における要素分割は右図に示すとおりである。馬蹄型の内部を空洞、そのまわりの斜線部分をコンクリートによるライニングとした。コンクリート、地盤の物理的な条件は、以下のとおりである。

コンクリート $\rho = 2.0 \quad \nu = 0.25 \quad E = 10.0$

地盤 $\rho = 2.0 \quad \nu = 0.25 \quad E = 2.0$

下図に、振幅1、波長10のSV波が、鉛直下方から入射したときの応答を表わす。ここで、REAL PART, IMAGINARY PARTはそれぞれ、原点に波の腹がきた場合、波の節がきた場合の挙動を表わしている。



0.0 20.0 変位のスケール
0.0 4.0 地盤のスケール

REAL PART
SV-WAVE
W.L. = 10.0
I.R. = 0.0

0.0 20.0 変位のスケール
0.0 4.0 地盤のスケール

IMAGINARY PART
SV-WAVE
W.L. = 10.0
I.R. = 0.0

