

# 境界積分方程式法による非均質弾性体中の S H波伝播問題の時間ステップ解析

福井大学工学部 正員 福井 卓雄  
神戸大学大学院 学生員 ○溜 幸生

## 1. はじめに

波動問題において、進行波の過渡的応答を知る事は、工学的にも物理学的にも非常に有用かつ興味深いものである。本研究では、基盤上にある巨大な地下構造物の大まかな挙動を知る目的で、これらに相当するものを、等方等質の無限もしくは半無限弾性体とそこにある異質弾性体と単純化し、その境界の過渡的応答の解析を境界積分方程式法によって行なう。入射波はS H波だけを考える。

## 2. 解析手法

本研究の解析は、面外せん断波動問題を対象としFig.1 に示すような不均質弾性体にS H波が入射する場合を考える。以下では静止した過去(quiet past)を仮定し変位は時間に関して連続であるとする。

外部領域と内部領域について、動弾性学のLoveの公式を繰り込み積分形であらわす。ここで外部領域と内部領域は境界上で完全に密着しており、変位ベクトルは連続し応力ベクトルはつりあっているものとする。したがって二つの式の間には変位と応力について

$$u_3 = \bar{u}_3, \quad s_3 + \bar{s}_3 = 0 \quad (1)$$

という境界条件が存在する。

時間軸を  $\Delta t$  で等分割し、各区間で変位を線形関数で、応力を階段関数で近似して各時間ステップにおける境界積分方程式になおす。また境界上においては変位と応力について、影響域が端をもつ場合は境界量が両端で0となるようにスプライン関数で近似してやると、離散化された境界積分方程式が得られる。

## 3. 数値解析例・結果・考察

無限領域中の非均質弾性体を、内部と外部の密度を  $\bar{\rho} = \rho = 1.0$  とし弾性係数の比  $\eta = \bar{\mu} / \mu$  の値をいろいろ変化させて解析した。入射波は応力ステップ波とした。  $\eta = 1 / 4$

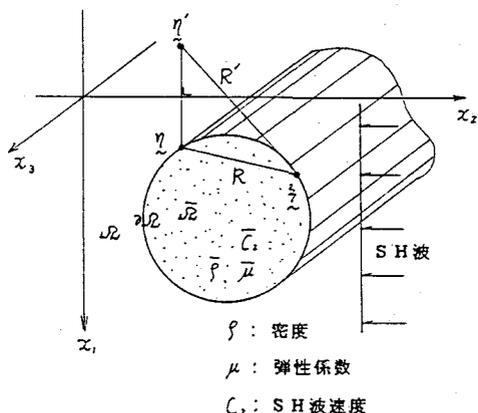


Fig.1 解析モデル

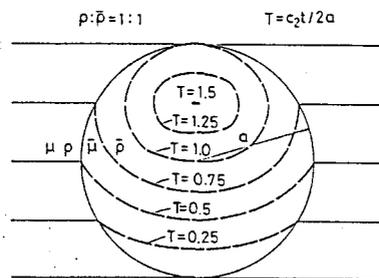


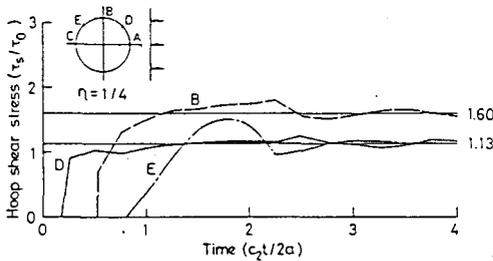
Fig.2 内部領域の波面の変化

のときの外部進行波による内部領域の波面の変化をFig.2に示しておく。この場合、内部と外部の進行波速度の比は $1/2$ となり内部の波が遅れて到達する様子がわかる。Fig.3は $\eta = 1/4$ と $\eta = 1/25$ の非均質弾性体に進行波が入射した場合の、それぞれの点における周方向応力と法線方向応力の経時変化をあらわしたものである。結果には理論値をのせておいた。

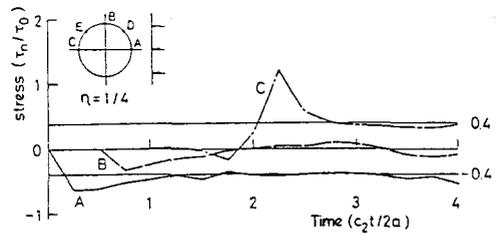
$\eta = 1/4$ のときは外部進行波が境界を通過する時間の2倍だけ遅れて変動がみられ、 $\eta = 1/25$ のときは5倍遅れて変動がみられる。これは、遅れて到達した内部進行波の影響であると考えられる。また、それぞれの不均質弾性体について周方向応力・法線方向応力とも最終的には理論値に収束している様子がわかる。内部の弾性係数が小さくなるほど法線方向応力は小さくなっていることもわかる。このことは現象をうまく表していると考えられる。

#### 4. おわりに

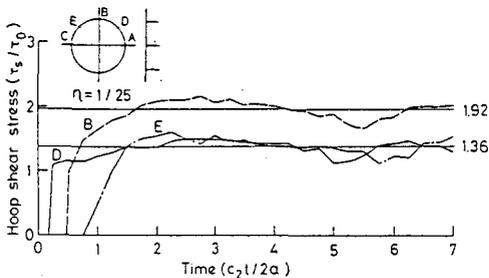
本研究は、動弾性学のLoveの公式より導いた各時間毎の境界積分方程式を利用して非均質弾性体の数値解析を行ったものである。方程式を外部領域と内部領域について考え、境界条件のもとにそれらを連立させて解く事により、簡単に非均質弾性体の問題に拡張できることがわかった。



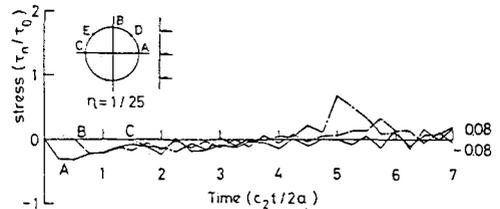
$\eta = 1/4 \quad (\bar{c}_2 / c_2 = 1/2)$



$\eta = 1/4 \quad (\bar{c}_2 / c_2 = 1/2)$



$\eta = 1/25 \quad (\bar{c}_2 / c_2 = 1/5)$



$\eta = 1/25 \quad (\bar{c}_2 / c_2 = 1/5)$

(a) 周方向応力の経時変化

(b) 法線方向応力の経時変化

Fig.3 応力ステップ波を受ける非均質弾性体

#### 参考文献

福井卓雄：弾性半平面内空洞の過渡的応答の境界積分方程式法による時間ステップ解析，第1回境界要素法シンポジウム研究発表論文集，pp175-180，1984-11。