# 最適化手法によるトンネル問題の三次元逆解析法

大阪大学工学部　久武勝保
大阪大学大学院○上久保裕介

## 1．緒論

最近，現場で計測された変位を用いて地山の応力や材料定数を求め，以後の設計，施工に役立たせるいわゆる逆解析法についての研究が多く行なわれている[1]。逆解析法は直接定式化法と逆定式化法に大別されるが，本論文は繰り返し計算を必要とするものの，非線型問題にも適用可能であり，定式化の容易な直接定式化法について研究を行なったものである。

従来の直接定式化法は目的関数 $J=\Sigma(U_i^*-U_i)^2$（ここに $U_i^*$ は測定変位，$U_i$ は解析変位）を最小にすることにより，地山の材料定数を求めていたが，解放節点力 $f$ を仮定する必要があり，この $f$ の仮定が間違っていれば，算出された材料定数も誤差を多く含んだ値となるであろう。本研究は $f$ の仮定を必要とせず，トンネル内面の計測変位 $U_i^*$ のみから材料定数，更に解放節点力の値を求める逆解析手法を提案するものである。

## 2．解析手法

図1は解析モデルとして採用したトンネルの要素分割図である。覆工及び地山は弾性体であり，地山の弾性係数 $E=5000\,t/m^2$，ポアソン比 $\nu=0.3$，覆工の弾性係数，ポアソン比はそれぞれ $E_l=2000000\,t/m^2$，$\nu_l=0.15$ である。次に節点変位及び節点力を表2のように分類する。この分類に従えば，剛性方程式は次のようになる。ただし既知量には＊をつけることにする。

$$\begin{Bmatrix} f \\ f_0 \\ f_i^* \\ f_m^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{33} & K_{43} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_f \\ U_{f_0}^* \\ U_{f_i} \\ U_{f_m}^* \end{Bmatrix} \quad \text{—①}$$

$\{f_i^*\}=\{f_m^*\}=\{U_{f_0}^*\}=0$ であることに注意して①式を変形して次式を得る。

$$\{f\}=\left\{-\begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} K_{31} & K_{33} \\ K_{41} & K_{43} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} K_{34} \\ K_{44} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{14} \end{bmatrix}\right\}\{U_{f_m}^*\} \quad \text{—②}$$

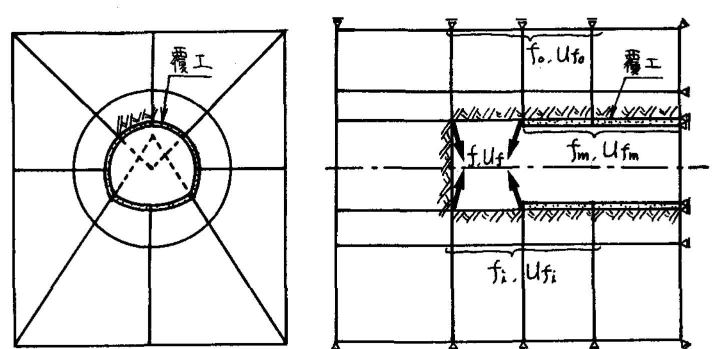


図１ 要素分割図

| | |
|---|---|
| $f$：切羽に作用する解放節点力 | $f_i$：メッシュ内部の節点力 |
| $U_f$：解放節点力がかかる節点の節点変位 | $U_{f_i}$：メッシュ内部の節点変位 |
| $f_m$：変位を計測する節点に作用する節点力 | $f_0$：節点の固定方向に働く力 |
| $U_{f_m}$：測定される節点変位 | $U_{f_0}$：節点の固定方向の変位 |

表２

尚，測定変位の数が解放節点力

Masayasu HISATAKE , Yusuke KAMIKUBO

の数より多ければ②式に最小自乗法を適用することになる。結局②式より解放節点力{f}が測定変位$\{U_{tm}^{*}\}$とE, νの関数として表わされることがわかる。掘削する前は掘削要素に作用する節点力はつり合っているという条件より、本研究では従来の目的関数$J=\Sigma(U_i^{*}-U_i)^2$に代わるものとしてJを次式で定義し

$J=(\sum_i f_{x_i})^2+(\sum_i f_{y_i})^2+(\sum_i f_{z_i})^2$ —③（ただしx, y, zはそれぞれトンネル軸，水平，鉛直方向を示す）

E, νが真値のときにJ→0、即ちつり合条件が満たされると考える。E, νの真値が求められれば②式より解放節点力が算出できる。

## 3．解析結果及び考察

まず最初に地山の弾性係数E，ポアソン比νとも未知として初期値$E_0=3000$ t/m²，$\nu_0=0.4$として逆解析を行なったが，収束値は$E=5577.6$ t/m²，$\nu=0.40286$であり，ポアソン比νの値が初期値から殆ど変わらなかった。そこで，図3のようにνを既知量としていくつかの値を仮定し，Eのみを未知量として逆解析し，収束した時のJの値（$=J_{min}$とする）が最小値をとるようなポアソン比（$\nu_t$）を求めることにした。そうすれば$\nu=\nu_t$の時に収束したEの値が、真値であると考えられる。

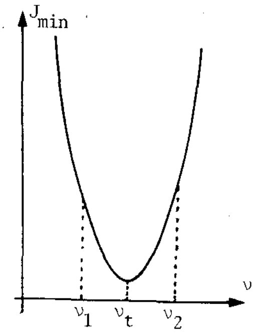

図 3

この方法での解析は次の２つのCaseについて行なった。

Case-1；すべての覆工内面変位を既知量として与える場合。

Case-2；軸方向変位16成分をすべて未知量$U_{fx}$に含めて考えると、ここで採用している要素分割では未知数の数が方程式の数より多くなるため、軸方向変位は必要最底限の４成分のみ与え，残りの軸方向変位については未知量であるとして逆解析を行なった場合。

Case 1.の結果は図4に，Case 2.の結果は図5に示す。２つのCaseともポアソン比が0.3付近で$J_{min}$が最小値をとっていることがわかる。また$\nu=0.3$の時の弾性係数Eの収束値はCase 1でE=4999.4 t/m²，Case 2.でE=4999.3 t/m²となっており，真値の5000 t/m²に対してかなり良い精度で求めることができる。

以上の結果より$J_{min}$の最小値を求めるにはJの極小値が多いことを考えてみれば、結局νをいくつかの値を選んで試行的に$J_{min}$の最小値を求めるのが最良と思われる。また半径方向の変位を数多く測定すれば、軸方向変位の知識を必要とせずに材料定数を求めることができる可能性があると思われる。

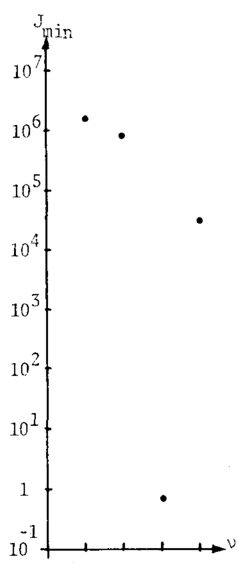

図 4

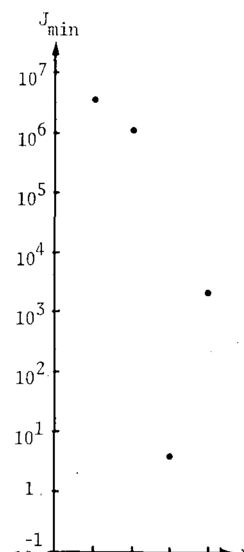

図 5


1) 久武・伊藤・太田：第16回岩盤力学に関するシンポジウム，1984.