境界要素法による任意断面柱体列のBlockage Coef. の算定

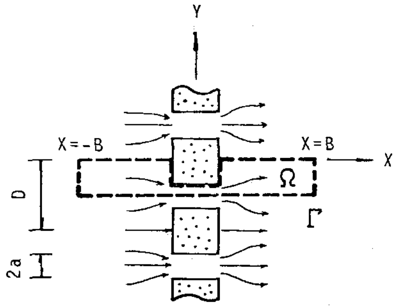
大阪市立大学工学部　正　員　角野　昇八
大阪市立大学工学部　正　員　小田　一紀
大阪市立大学大学院○学生員　阿部　功

1．まえがき　　波長にくらべて断面寸法の小さい鉛直柱体列からの波の反射と透過現象の境界値問題について昨年発表した[1]。得られた反射率K_R及び透過率K_Tは、波数k（＝2π／L）とBlockage Coefficientと呼ばれる理論定数により、極めて簡単な形で、$K_R=\sqrt{k^2C^2/(1+k^2C^2)}$……(1．a)，　$K_T=\sqrt{1/(1+k^2C^2)}$……(1．b)のように表わされる。このCは、柱体の断面形状のみに依存する定数であり、簡単な断面形状については解析解がすでに得られているが、一般には等角写像等の理論によるか、あるいは数値解析によらねばならない。そこで本研究では、数値解析法の一種である境界要素法によってこのCを求めるための手法を確立するため、解析解の知られている柱体形状について境界要素法によってこのCを数値的に求め、その数値解と解析解を比較することによってこの手法の妥当性を検討した。

2．Blockage Coef. の定義　　図－1に示すように、y軸上に設置された柱体列を通過する2次元流を考える。柱体列近傍での流れは局所的にゆがめられるが、柱体列の上下流無限遠方ではx軸に平行な一様流を呈する。その時の流速をUとすれば、速度ポテンシャルは次式で表わされる[2]。

$\phi_\infty=U\cdot(x\pm C)$, at $x=\pm\infty$……(2a, b)

式中のこのCがBlockage Coef. であり、長さの次元を有する。このCは流れの阻害の程度を表わし、柱体が全く存在しない場合にはC＝0，柱体によって流れが完全に閉塞されるとC＝∞の値をとる。



図－3　柱体列を通過する流れ

3．数値計算方法　　いま図－1の柱体列周辺の流れ場の中で、破線で囲んだ領域を計算対象領域Ωとして考える。ここで領域Ωの境界面をΓとする。速度ポテンシャルは領域Ωにおいてラプラスの方程式　$\partial^2\phi/\partial x^2+\partial^2\phi/\partial y^2=0$……(3)　を満足する。また、流れが一様と見なすことのできる程度に柱体から十分離れた点$x=\pm B$においては、

$\partial\phi/\partial n=U$, at $x=B$……(4．a)　　$\partial\phi/\partial n=-U$, at $x=-B$……(4．b)　　が満足されていなければならない。ここでnは境界Γにたてた外向き法線である。さらに柱体の境界面及び$y=-\frac{D}{2}$, $y=0$の境界面を通過する水粒子は存在しないので、その境界面において　　$\partial\phi/\partial n=0$……(5)。　これらの基礎方程式(3)及び境界条件(4．a,b)，(5)を満足する速度ポテンシャルを知れば，(2a,b)よりCを求めることができる。なお、実際の計算においては、$x=\pm B$の領域境界上でのφの値を(2a, b)に代入してこの値を求めた。

Sohachi KAKUNO, Kazuki ODA, Isao ABE

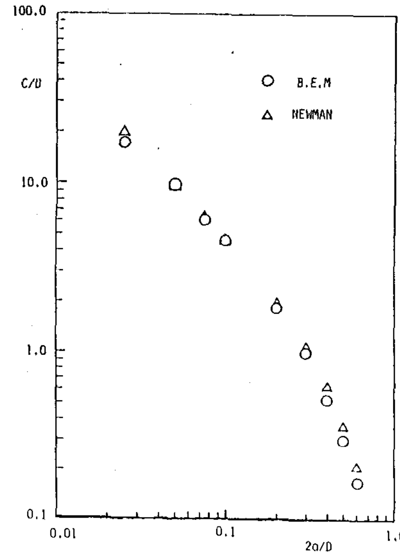
境界要素法は、周知のように基礎方程式を境界条件と共に積分方程式に変換し、それを離散化して解を数値的に求める手法である。ここでのポテンシャル問題に関しては、既述のように$x=\pm B$の値を知ればよいので、解くべき境界上の積分方程式は次式である。

$$\frac{1}{2}\phi+\int_{\Gamma}\phi\, q^{*}\, d\Gamma=\int_{\Gamma}\frac{\partial\phi}{\partial n}\,\phi^{*}\, d\Gamma \quad\cdots\quad (6)$$

ここでϕ^{*}は2次元ラプラス方程式のグリーン関数$\phi^{*}=-\frac{1}{2\pi}\ln r$であり、$q^{*}=\partial\phi^{*}/\partial n$である。(3)～(5)から上式にいたる誘導の経過については文献3)に詳しいのでここでは省略する。さて要素内でのϕの値は一定とし（この方法は選点法とも呼ばれる）、(6)を離散化すれば、特定の節点iについて次式を得る。

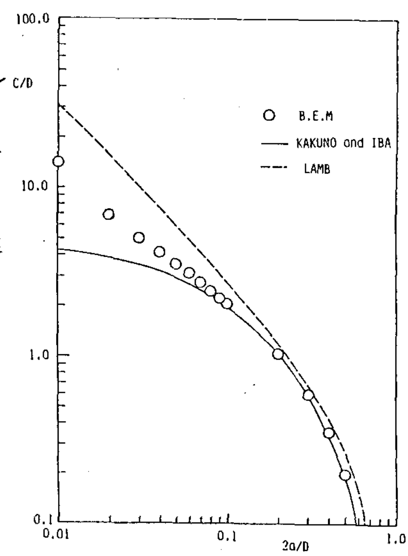
$$\frac{1}{2}\phi^{i}+\sum_{j=1}^{n}\phi_{j}\int_{\Gamma_j}q^{*}d\Gamma=\sum_{j=1}^{n}\frac{\partial\phi}{\partial n}\int_{\Gamma_j}\phi^{*}d\Gamma \quad\cdots\quad (7)$$

結局、n個の未知数ϕ^{i}に関するn元連立一次方程式である上式を解けば、解ϕ^{i}が求まることになる。



図－2　角柱列のC

4. 計算結果及び厳密解との比較　境界要素法による具体的計算は角柱列及び円柱列に対して行なった。図－2は、角柱列に対する結果をC/Dとして無次元化し、開口率2a/Dの関数として表わしたものである。図中には、既往の厳密解[4)]による値も示した。両者の対応は、2a/Dがほぼ0.03以上の場合に良好である。しかし、2a/D≦0.03では両者の間に差が現われるが、これは隙間が著しく狭められるにつれて、隙間からの流れが特異点挙動を示すようになるためであろうと思われる。一方図－3は、円柱列の場合の解を示す。図中には、Lambによる疑似円柱列に対する解[5)]および真円柱列に対する解[6)]をも示した。本手法による値は、2a/D→0になるにつれて断面形状が円から楕円にゆがむような柱体を対象とするLambの解、及び2a/D→0においてC→∞とならない難点を有する角野伊庭による解の中間の値をとっている。



図－3　円柱列のC

5. 参考文献

1) KAKUNO,S.,Proc of COASTAL STRUCTURES '83.
2) TUCK,E.O.,Advances in Applied Mechanics,Vol.15.
3) BREBBIA,C.A.,The Boundary Element Method for Engineering.
4) NEWMAN,J.N.,J.F.M.,Vol.39.
5) LAMB,H.,Hydrodynamics.
6) KAKUNO,S.,and IBA.,T.,Memoir of Faculty of Engineering,Osaka City University,Vol.24.