

オイラー的にみた掃流漂砂の移動速度及び移動層厚について

大阪大学大学院 学生員 〇松山 章
大阪大学工学部 正 員 榎木 亨
大阪大学工学部 正 員 出口 一郎

1. まえがき：一般には、砂移動量算定においては、掃流漂砂と浮遊漂砂とにわけて、独立的に考えられているが、この両者は、決して独立な現象とは、考えられない。著者は、砂移動を統一的に説明するため、漂砂移動速度と漂砂濃度の積としてあらわされるフラックスモデルを提案し検討を進めてきたが、本論文では、底面近傍の漂砂移動に対する境界条件となる従来掃流漂砂といわれている領域の移動速度及び移動層厚について考察を進めている。従来移動速度に対しては、底質砂の運動方程式を解くというLagrange的な方法で、解析が行なわれており、従って、表層の粒子の移動しか解析できていないが、ここでは、底質砂層を仮想的な粘性係数を持つNewton流体と考え、Euler座標で、境界層方程式を解くことにより、底質砂の移動速度及び層厚の解析結果について報告する。

2. 理論解析について：図-1に示すように、砂層表面を $z=0$ とし、鉛直上方に z 軸をとった座標系において、 $z \leq 0$ の砂層は、 μ_0 という仮想的な粘性係数を持ったNewton流体と仮定する。さらに現象を単純化する為に、 $z > 0$ の領域は、層流状態と考え、 $z \leq 0$ の砂層は、境界せん断力によるせん断作用と圧力勾配によって運動すると仮定する。この時、 $z = \infty$ (境界層外)、 $z > 0$ 及び $z \leq 0$ に対する運動方程式は、次のように表わされる。

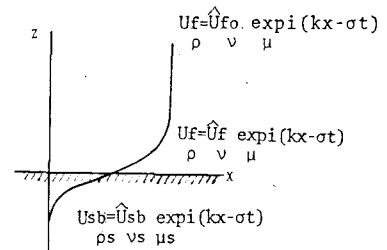


図-1

$$\frac{\partial u_{fo}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1) \quad \frac{\partial u_f}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 u_f}{\partial z^2} \quad (2) \quad \frac{\partial u_{sb}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_s} \frac{\partial p_s}{\partial x} + \mu_s \frac{\partial^2 u_{sb}}{\partial z^2} \quad (3)$$

ここで、 $\nu_0 = \mu_0 / \rho_0$, $\nu = \mu / \rho$, $\rho_0 = (1 - C_b) + 2.65 C_b$, C_b は、底層濃度で、 μ_0 と μ の関係及び砂層内の圧力 p_s は、各々、Elies, Sleathによって提案された式(4),(5)を適用する。

$$\frac{\mu_s}{\mu} = \left(1 + \frac{2.5 C_b}{2 - 1.35 C_b}\right)^2 \quad (4) \quad \hat{p}_s = \frac{\rho g H}{2} \frac{1}{\cosh k_0 h} \frac{\cosh(k_0(k_x/k_z)(z + \delta_b'))}{\cosh(k_0(k_x/k_z) \cdot \delta_b')} \quad (5)$$

δ_b' は、砂層厚で、 k_x , k_z は、 x , z 方向の透水係数で、Sleathによって提案されている $k_x/k_z = 1.2$ という値を採用した。また、境界条件は、下の式で示される。(δ_b : 移動層厚)

$$z = \infty \text{ で } u_f = u_{fo}, \quad z = 0 \text{ で } u_f = u_{fb}, \quad \mu(\partial u_f / \partial z) = \mu_0(\partial u_{fb} / \partial z), \quad z = -\delta_b' \text{ で } u_{fb} = 0$$

次に、移動層厚 δ_b の算定方法について述べておく。ここでは、砂層間に発生する砂層内のせん断力が、砂層のせん断抵抗よりも大きくなれば、砂粒が移動すると考えて

$$\mu_s \frac{\partial u_{sb}}{\partial z} \geq d \cdot (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot C_b \cdot \tan \phi \cdot N \quad (6)$$

という形で表現し(d :石の粒径, C_b :濃度, ϕ :石の摩擦角, N :移動砂層数)、式(6)を満たす最大の N を移動砂層数とし、移動砂層厚 $\delta_b = N \cdot d$ を定義した。但し、式(6)においては、 N 層にある単位面積当りの砂粒数 $1 \times d \times C_b / (\pi/6 \cdot d^3)$ のすべてが1個当り $\pi/6 \cdot d^3 \cdot (\rho_s - \rho) \cdot g \cdot \tan \phi \cdot N$ というせん断抵抗を持つものと考えている。また、先に述べた式(1)~(3)を解いて得られる解析解は、境界条件から移動層厚 δ_b が入っているので、式(6)から得られる最大の N で算定される δ_b と境界条件として与える δ_b とが、一致するようにくり回し計算をする必要がある。

3. 計算結果及び考察: 図-2は、 $P/\rho g H \approx 0.4$ (一定)とした場合に計算される境界層外縁流速の振幅 $\hat{u}_0$ と表層の移動速度振幅 $\hat{u}_{sb}$ の比 $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_0$ を底層濃度 C_b に対して示したものであり、 ϕ 及び Reynolds 数 $\hat{u}_0^2 T/\nu$ をパラメータにしている。また図中には、 $C_b = 0.2 \sim 0.4$ に対する香取らの実験結果及び著者らが Bagnold の浮遊粒子を含む流れの抵抗則から導いた $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_0 = (1 - C_b/C_{bmax})^2$ (7) という関係式も点線で示してある。図-2より、明らかなように $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_0$ は、 C_b 及び Reynolds 数の増加にともなって単調に減少する。一方、著者らが、以前提案した式(4)は、 $\hat{u}_0^2 T/\nu > 4.0 \times 10^4$ の領域においては、 C_b に対して今回の計算結果と同様の变化を示すが、 C_b の全ての範囲において、 $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_0$ を過少評価しているようである。

また、香取らの実験は、 $\hat{u}_0^2 T/\nu \approx 50.0 \times 10^4$ の領域で行なわれたものであるが、今回計算を行なった最大の Reynolds 数 (25.0×10^4) と比較して、計算結果の方が $\hat{u}_{sb}/\hat{u}_0$ に対して、若干大きい値を与えている。

図-3は、 $\hat{u}_0^2 T/\nu = 16.0 \times 10^4$, $\phi = 35^\circ$ に対して、先に述べた方法で、計算される移動層数 N を Shield 数 $\hat{u}_0^2/\alpha \cdot g \cdot d$ (α : 水中比重) に対して示したものであり、 C_b をパラメータとして示したものである。この図より、ある一定の Shield 数より大きい場合には、Shield 数が増加するにつれて N は、単調に増加する。しかし、例えば $C_b = 0.6$ では、Shield 数が50以下になると底質砂は、層状には移動せず、表層粒子のみが移動する ($N=0$) 状態が現われている。さ

さらに、通常考えられる平均的な $C_b = 0.2$ の底層に対し、 $\hat{u}_0^2/\alpha \cdot g \cdot d \approx 80$ ($\hat{u}_0 = 35.3 \text{ cm/sec}$, $d = 0.1 \text{ mm}$) では、高々10層(厚さ $10 \times 0.1 \text{ mm} = 1 \text{ mm}$) 程度の移動層数しかないことが明らかになった。

以上の解析は、底質の移動に重要な役割をはたす底面に鉛直方向の流速成分の効果を考慮していないが、今後、これらの点にも着目して、実験的、理論的研究を続ける予定である。

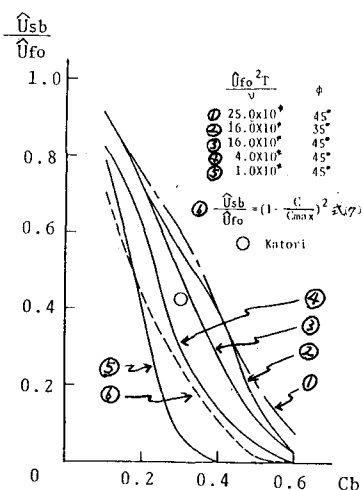


図-2

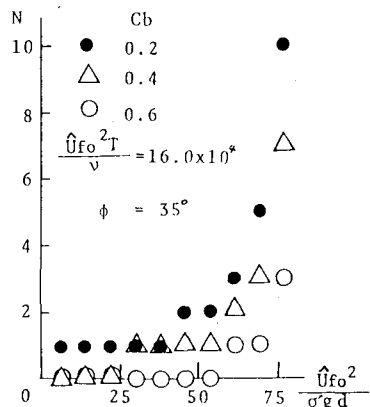


図-3