

波動乱流境界層の渦動粘性モデル

京都大学工学部 正員 岩垣 雄一

京都大学工学部 正員 浅野 敏之

京都大学大学院の学生員 五道 仁実

1. 緒言 波動運動によって底面近傍に形成される乱流境界層については、従来から多くの研究が行われてきたが、現象が複雑であるために十分解明されていない。しかしながら L 、 D 、 V をはじめとする計測技術の向上や、大水深の造波水槽の出現によって、いままで未解明であった乱流境界層の特性が明らかにされる期待は現実のものになりつつある。本研究は渦動粘性係数を用いたモデルにより、この課題を解明しようとするもので、渦動粘性係数の大きさ、水深方向の分布および波の位相による変化を考慮したモデルを提示するとともに、実験データとの比較・検討を行ったものである。

2. 渦動粘性の大きさを変化させたモデル 従来、梶浦、野田、Johns らの研究に見られるように、さまざまな分布形を持つ渦動粘性のモデルが提示されているが、それらの結果の相違が、渦動粘性の大きさによるのか、分布形によるのかは明確でない。ここではまず渦動粘性係数 $N(z)$ の大きさを変化させた場合について考察する。いま従来のもに、パラメータ α ($0 < \alpha < 1$) を乗じた次式を仮定する。

$$N(z) = \alpha K U_*^2 z \quad \dots (1)$$

ここに、 K はカルマン定数、 U_* は摩擦速度、 z は底面からの距離である。波動乱流境界層においては、位相とともに乱流一層流—乱流の状態をくり返すことが考えられ

るので、渦動粘性の大きさは定常流のそれより減少するとして、1 より小さい α を導入した。解くべき境界層方程式は次式である。

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha K U_*^2 z \frac{\partial u_a}{\partial z} \right) \quad \dots (2)$$

ここに u_a は欠損速度である。

図-1 は位相 0 および $5/4$ 兀 における計算結果を示したものである。位相 0 における実験値は z が約 5 mm から 20 mm の範囲で外縁流速より大きくふくらみ（以後これを over-shooting と呼ぶ）、また粗度高さ z の設定にも問題

があって、単に $N(z)$ の値を変えるのみでは、計算値が実験値をうまく表現するとはいえない。図-2 は参考のため $\alpha = 0.7$ とした場合の各位相での計算結果を、Baker らの実験値とあわせて示している。

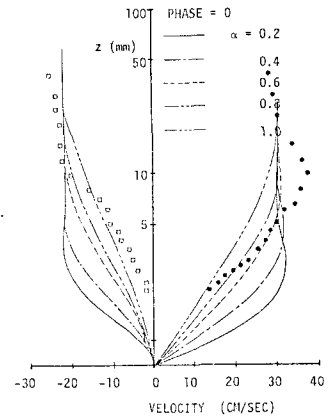


図-1

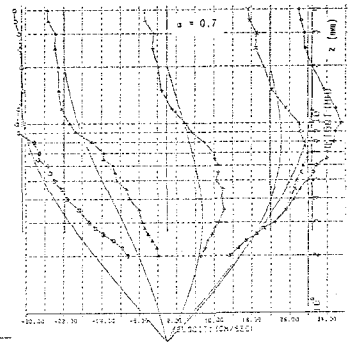


図-2

3. 渦動粘性の分布を変化させたモデル

波動場の層流境界層解は速度分布に over-shooting が見られること、 z に比例する渦動粘性係数を用いた場合には over-shooting が顕著でないことを考えると、渦動粘性の分布形として z の 0 乗から 1 乗の間に実験値を説明するものがあるのではないかと考えた。また林ら (1976) の乱流輸送モデルによる計算結果から渦動粘性係数を逆算すると位相平均して $(z/D)^{0.68}$ (D : 管径の $1/2$) に比例する事実が得られたので次式を仮定した。

$$N(z) = \frac{\kappa u_*^2}{\sigma} \left(\frac{z}{u_*^2/\sigma} \right)^n \quad \text{--- (3)}$$

ここに σ は角周波数、 n は $0 < n < 1$ の値をとるパラメーターである。(2) 式に対応する乱流境界層方程式は、浅野ら (1983) が示した手法で解いた。図-3 に n を変化させた場合の位相 0 における計算結果を示す。 n の減少とともに over-shooting が現われることがわかるが、 n の変化のみでは実験値を説明できないようである。

4. 渦動粘性の位相変化を考慮したモデル

波動運動下においては、境界層内で乱流・層流状態が交互に現われると考えられ、ここでは渦動粘性係数に周期変動性を考慮した取扱いを行う。すなわち、従来の時間に不変な渦動粘性性に、波動の n 倍 (n : 正整数) の周波数を持ち、位相差 ϵ を有する変動が加わった次式を仮定した。

$$N(z) = \kappa u_*^2 z \{1 + a \exp(i\sigma t + i\epsilon)\} \quad \text{--- (4)}$$

そのときの無次元化された境界層方程式は

$$\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left\{ \bar{z} \{1 + a \exp(i n \bar{z} + i\epsilon)\} \frac{\partial \bar{u}_a}{\partial \bar{z}} \right\} \quad \text{--- (5)}$$

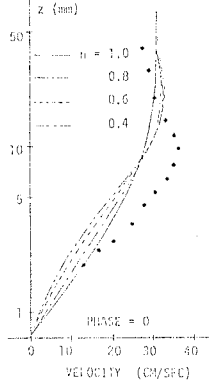


図-3

ここに $\bar{u}_a = u_a/U$ (U : 境界層外縁での水粒子速度振幅)、 $\bar{z} = z/\sigma$ 、 $\bar{z} = z\sigma/\kappa u_*^2$ である。 a を微小量として $\bar{u}_a$ を

$$\bar{u}_a = u_{a1} + a u_{a2} + \dots \quad \text{--- (6)}$$

と表わし 2 次近似解を求めると、

$$u = U \exp i\sigma t + v_1 \exp i\sigma t + \frac{a}{n} v_2 \exp \{i(n+1)\sigma t + i\epsilon\} \quad \text{--- (7)}$$

ここで、

$$v_1 = - \frac{N_1(\beta_h) J_0(\beta) - J_1(\beta_h) N_0(\beta)}{N_1(\beta_h) J_0(\beta_0) - J_1(\beta_h) N_0(\beta_0)} \quad \text{--- (8)}$$

$$v_2 = \left\{ \frac{N_1(\sqrt{n+1}\beta_h) J_0(\sqrt{n+1}\beta) - J_1(\sqrt{n+1}\beta_h) N_0(\sqrt{n+1}\beta)}{J_0(\sqrt{n+1}\beta_0) N_1(\sqrt{n+1}\beta_h) - N_0(\sqrt{n+1}\beta_0) J_1(\sqrt{n+1}\beta_h)} - \frac{N_1(\beta_h) J_0(\beta) - J_1(\beta_h) N_0(\beta)}{N_1(\beta_h) J_0(\beta_0) - J_1(\beta_h) N_0(\beta_0)} \right\} \quad \text{--- (9)}$$

ただし、 $\beta = 2e^{-i\pi/4} \sqrt{\bar{z}}$ 、

$$\beta_0 = 2e^{-i\pi/4} \sqrt{\bar{z}_0}, \quad \beta_h = 2e^{-i\pi/4} \sqrt{\bar{z}_h} \quad \text{--- (10)}$$

J_0 、 J_1 はベッセル関数、 N_0 、 N_1 はノイマン関数である。日野・沢本ら (1975) は円管内振動流において乱れは減速期で形成されると報告していることを考慮すると (4) 式の n は 2 とする必要がある。

(7) 式より 2 次近似解には $n+1$ 倍周波数成分が表われているから u の変動には主流の 3 倍周波数成分が重なることになる。せん断応力 τ も (6) ~ (10) 式より計算できる。底面におけるせん断応力 τ_b の、振幅 a による変化を図-4 に示す。今後、より精度の高い実験を数多く行い、その結果に基いた乱流境界層モデルの精密化を行うつもりである。

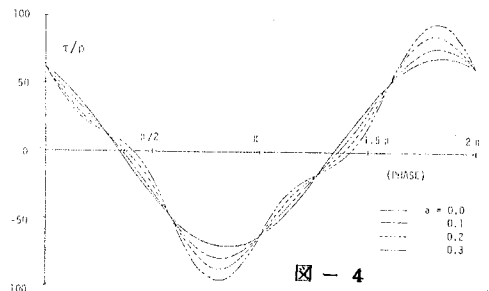


図-4