

地下密度流における分散現象の数値解析(その2)

京都大学工学部 正員 岩佐義朗

京都大学工学部 正員 綾 史郎

京都大学大学院 学生員 大西 亘

1. はじめに

本報は海岸付近の浸透層における塩水浸入現象を塩分の移流分散現象と考えると、被圧浸透層における非定常鉛直二次元モデルを構成し、有限要素法による数値計算を行ったものである。移流分散方程式の計算にあたっては粒子移動法を用いて、移流項に生じる離散化誤差を減少させた後、分散項を離散化することによって濃度分布のより正確な評価を試み、従来の準一様流仮定解には考慮されていない分散長や鉛直方向の透水係数の違いによる塩分濃度分布の違いを考察し、現地盤への適用の基礎とする。

2. 基礎方程式

基礎方程式として以下の諸式を用いる。

・連続式
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots (1)$$

・運動方程式
$$u = -\frac{K_x}{P_f \eta} \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots (2)$$

$$w = -\frac{K_z}{P_f \eta} \left(\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \right) \quad \dots (3)$$

・移流分散方程式
$$\frac{DC}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) \quad \dots (4)$$

$$dx = \frac{1}{\lambda} u dt, \quad dz = \frac{1}{\lambda} w dt \quad \dots (5)$$

・状態方程式
$$P = P_f + (P_s - P_f) \frac{C}{C_s} \quad \dots (6)$$

ここに u, w : x, z 方向の Darcy 流速, P : 間隙水圧, P_f : 流体密度, C : 濃度,

K_x, K_z : x, z 方向の透水係数, P_f : 淡水密度 ($= 1.0 \text{ g/cm}^3$), P_s : 塩水密度,

C_s : 塩水濃度, λ : 間隙率, D_x, D_z : x, z 方向の分散係数 である。

また(4)式における分散係数については

$$D_x = l_x |u|, \quad D_z = l_z |w|$$

として与える。ここに l_x, l_z は分散長である。

3. 数値計算法

計算手順は図-1 に示す通りである。有限要素法による離散化に関して詳しくは省略するが、領域を三角形要素に分割し、一次線形内挿関数を用いる。 ΔC は時間方向に前進差分を用いて計算する。また各粒子は濃度を有し、第 m 番目の粒子の n ステップ後の位置を (x_m^n, z_m^n) 、粒子濃度を $\bar{C}_m^n$ とし、

$$x_m^{n+1} = x_m^n + u_m^n \Delta t, \quad z_m^{n+1} = z_m^n + w_m^n \Delta t, \quad \bar{C}_m^{n+1} = \bar{C}_m^n + \Delta C_m$$

により粒子位置、粒子濃度を計算する。ここで u_m^n, w_m^n および ΔC_m は (x_m^n, z_m^n) における流速、および濃度増分である。粒子を移動させた後は図-2 に示すように、各節点を矩形

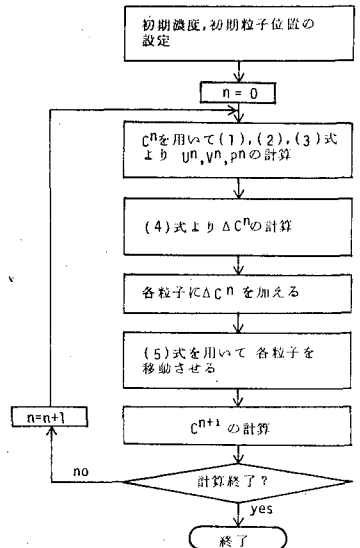


図-1 計算のフローチャート

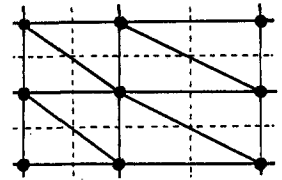


図-2 濃度算定領域

領域で囲み、その領域内の粒子濃度の平均値を次のステップの節点濃度として計算を進めてゆく。

4. 計算結果および考察

計算は図-3に示した領域を260要素、154節点に分割し、同図に示した境界条件のもとで行う。Cに関する境界条件は(4)式を解く際に必要な条件で、 $\bar{C}$ としては前ス

テップの濃度値を用いるものとする。計算条件については、 $\Delta t = 100(\text{sec})$ 、 $\beta = 1.02(\text{g/cm}^3)$ 、 $\lambda = 0.5$ とし、透水係数 K_x, K_z 、分散長 l は表-1に示す通りである。CASE 1, 2, 3は分散長による影響を比較し、CASE 2, 4は鉛直方向透水係数による影響を比較するために設定したものである。なお分散長 $l = 0.2(\text{cm})$ は室内実験スケールで報告されているオーダーで、 $l = 0.02(\text{cm})$ は移流がかなり卓越する状態と考えられる。

計算結果は、図-4(a),(b),(c),(d)に流速ベクトル図と濃度分布をあわせて示している。

CASE 1, 2, 3を比較した場合、分散長が短いほど、すなわち移流が卓越するほど濃度勾配は大きくなり、 $C = 50\%$ 等濃度線が深く浸入し、さらに $C = 90\%$ 以上の領域が大きくなる。言い換えれば、塩水は深くシャープに浸入するようになる。流速分布は基本的には淡水が塩水くさびののり上げるように流れ、塩水はほとんど流れないというパターンであるが、分散域が広いほど強い上昇流が現われるようである。次にCASE 2, 4を比較した場合、CASE 4の方が塩水の浸入が少ない。これは、CASE 2に比べ K_z が小さく、流入した淡水が上下方向に幅をあまり狭くしないまま流出していくために塩水流れがおさえられるからであると考えられる。

移流が卓越する場合も移流分散モデルとしての扱いが可能となる粒子移動法を併用して地下密度流の数値解析を行ったが、分散長や透水係数の違いによって濃度分布に明確な差異があることがわかった。現地盤の様々なパラメータに対応するために、この手法は有効であると思われる。

- (参考文献) 1) 上田, 神野; 粒子の移動による移流分散方程式の数値解法の検討, 土木学会報告論文集 第271号 (1973)
 2) 若佐, 緑, 大西; 地下密度流の数値解析, 京都大学防災研究所年報 (投稿中)
 3) Ralph. R. Rumer; Longitudinal dispersion in steady and unsteady flow, Proc. of ASCE, No. HY4 (1962)

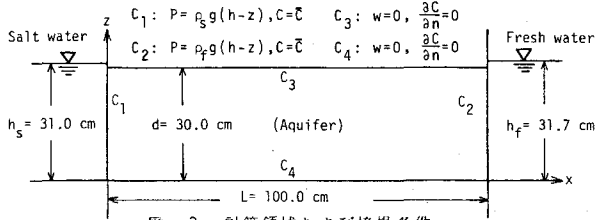


図-3 計算領域および境界条件

表-1 計算条件

No.	K_x (cm/s)	K_z (cm/s)	l (cm)
CASE 1	0.25	0.25	0.02
CASE 2	0.25	0.25	0.20
CASE 3	0.25	0.25	1.00
CASE 4	0.25	0.05	0.20

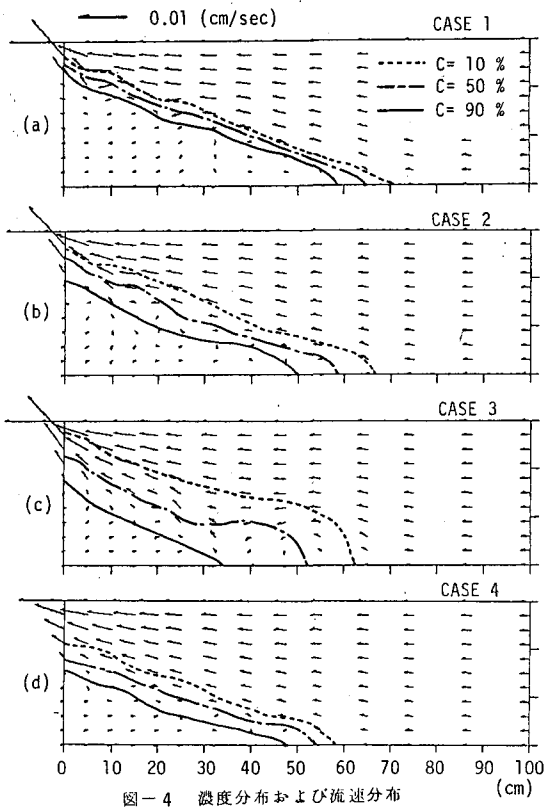


図-4 濃度分布および流速分布