

粒子の浮遊運動に関するシミュレーション

京都大学防災研究所 正員 芦田 和男

京都大学 大学院 学生員 藤田 正治

京都大学 大学院 学生員 向井 健

1. まえがき 浮遊砂の濃度分布, 浮遊砂量の非平衡問題や河床波に及ぼす浮遊砂の影響などの諸問題に関しては, 粒子の浮遊運動特性を明らかにすることが重要である。この点に鑑み, 本研究は, 粒子の浮遊機構をモデル化し, 浮遊運動のシミュレーションを行うものである。

2. 粒子の浮遊運動のモデルとその定式化 著者らの研究¹⁾に従って, 粒子の浮遊運動を次のようにモデル化する。(図1参照)

①揚圧力 F_0 の作用で粒子は初速 w_{p0} (鉛直方向) で河床を離脱する。②離脱後, 粒子は F_0 の発生に伴う上昇流 (上昇速度一定) におよ流体力 F_0 を t_e 時間うけて, さらに浮上する。③上昇流が消滅すると粒子は沈降と再浮上を繰り返してやがて河床に戻るが, 平均的には鉛直方向の乱れ速度 $w=0$ の中を沈降する。④流下方向には, 粒子は流速と同じ速度で移動する。

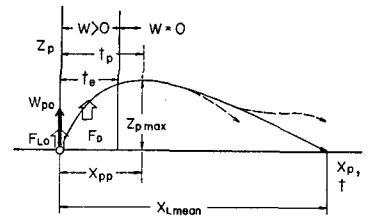


図-1 粒子の浮遊モデル

さて, 離脱後の粒子に対する鉛直方向の運動方程式は, 粒子に作用する揚圧力が無視できるものとすれば(1)式で表される。式中の $\hat{F}_0$ は抵抗係数は Rubey の式を用いると(2)式ようになる。

$$\frac{d\hat{w}_p}{d\hat{x}} = \frac{6}{\pi} \frac{1}{s + \frac{3}{2}} \hat{F}_0 - \frac{s}{s + \frac{3}{2}} \quad (1) \quad \hat{F}_0 = \frac{\pi}{8} (2 + \frac{24\hat{v}}{|\hat{w}_p|(\hat{w}_p - \hat{w}_f)}) \quad (2) \quad \text{ここに, } \hat{w}_p = w_p / \sqrt{g d}, \hat{w}_f = w_f / \sqrt{g d}$$

$\hat{x} = x / \sqrt{g d}$, $s = \rho_p / \rho - 1$, $\hat{F}_0 = F_0 / \rho g d^2$, $\hat{v} = \nu / \sqrt{g d}$ であり, w_p, w_f : 粒子および流体の鉛直方向の速度, d : 粒径, ρ_p : 粒子および流体の密度, ν : 動粘性係数である。(1)式の初期条件は, F_0 の作用時間を d / w_{p0} とおくと, (3)式のように表れされるが, これについては文献2)を参照されたい。

$\hat{t} = 0$; $\hat{w}_p = \sqrt{\frac{6}{\pi} \frac{1}{s+1} (\hat{F}_0 - \frac{\pi}{8} s)}$, $\hat{z}_p = 0.5 \quad (3)$ ここに, $\hat{F}_0 = F_0 / \rho g d^2$, $\hat{z}_p = z_p / d$ であり, z_p : 鉛直方向の粒子の位置である。これより, $0 \leq \hat{x} \leq \hat{t}_e$ で $\hat{w} = \hat{w}_f$, $\hat{x} \geq 0$ で $\hat{w} = 0$ の条件で(1)式を解けば, 粒子の鉛直方向の運動が解析できる。ここに, $\hat{w}_f$: 上昇流の流速である。

つぎに, 流下方向の移動距離 x_p は, 流速分布が対数則に従うものとする, (4)式のようになる。

$$\hat{x}_p = \int_0^{\hat{x}} \hat{u}_x \{ 8.5 + 5.75 \log_{10} (\hat{z}_p(x) / \hat{R}_s) \} d\hat{x} \quad (4) \quad \text{ここに, } \hat{x}_p = x_p / d, \hat{u}_x = u_x / \sqrt{g d}, \hat{R}_s = R_s / d \text{ であり,}$$

R_s : 相当粗度高, u_x : 摩擦速度である。

3. 浮遊軌跡のシミュレーション $\hat{w}_f$, $\hat{t}_e$ および $\hat{F}_0$ (または $\hat{w}_{p0}$) を与えると上述の理論から浮遊軌跡が計算できる。図-2, 3 は, $d = 0.142 \text{ cm}$, $\rho_p / \rho = 1.05$ のポリスチレン粒子を用いた実験¹⁾で得られた軌跡をシミュレーションした結果の一例を示したものである。図-2 には F_0 の実験値と理論値も示している。

計算条件は, $w_{p0} = 4 \text{ cm/s}$ (実験値), $w_f = 4 \text{ cm/s}$, $t_e = 0.05 \text{ sec}$ としており, このとき, z_p の時間変化(図-2)の理論値と実験値は比較的良好に一致している。一方, 飛行距離(図-3)は, 理論値の方が大きくなっているが, これは粒子の離脱が流下方向の速度の遅い上昇流に伴って生じており, 流下方向の移動速度が過大に評価されたためだと考えられる。計算条件の w_f や t_e の値は, 文献1)によると,

Kazuo ASHIDA, Masaharu FUJITA, Ken MUKAI

ほぼ適当な値であり、この事から本モデルの妥当性がうかがえる。

4. 浮遊運動の確率的解析 本章では、図-1 に示した浮遊運動の特性量、 $\hat{z}_{pmax}$, $\hat{x}_{Lmean}$, $\hat{t}_p$, $\hat{x}_{pp}$ の確率分布(p.d.f.)について解析する。これらは、 $\hat{F}_0$, $\hat{w}_f$, $\hat{t}_e$ のp.d.f. から計算されるが、ここでは、 $\hat{F}_0$, $\hat{w}_f$, $\hat{t}_e$ の間に次のような関係があるとして検討する。まず、 $\hat{F}_0$ と $\hat{w}_f$ は相互に関連し合ったものであり、その生起確率は等しいと考えられる。 $\hat{F}_0$ と $\hat{w}_f$ が平均0、標準偏差 $\hat{F}_0'$, $\hat{w}_f'$ の正規分布に従うとし、 $\hat{F}_0'$ と $\hat{w}_f'$ の値は従来の研究²⁾より、 $\hat{F}_0' = C\hat{w}_f' \hat{u}_x^2$, $\hat{w}_f' = \hat{u}_x$ とおけるものとする、 $\hat{F}_0$ と $\hat{w}_f$ の間には次式がなりたつ。

$$\hat{F}_0 / C\hat{w}_f' \hat{u}_x^2 = \hat{w}_f / \hat{u}_x \quad \cdots (5) \quad \text{ここに、} C: \text{比例定数, } \hat{u}_x:$$

遮蔽係数である。次に、 $\hat{t}_e$ は $\hat{w}_{p0} = 0$ のときで、 $\hat{w}_{p0}$ が増加すると上昇流の継続時間 $\hat{t}_{el}$ に近づくとし、 $\hat{t}_{el}$ と $\hat{w}_f$ について実験値¹⁾を整理した図-4 から(6)式のように近似できるものとする。

$$\hat{w}_f / \hat{u}_x = 0.82 (\hat{t}_e \hat{U} / \hat{h}) + \hat{w}_{f0} / \hat{u}_x \quad \cdots (6) \quad \text{ここに、} \hat{U} = U / \sqrt{gd}, \hat{h} = h / d$$

$\hat{w}_{f0} = w_{f0} / \sqrt{gd}$ であり、 U : 平均流速、 h : 水深、 w_{f0} : $w_{p0} = 0$ のときの $\hat{F}_0$ に対応する $\hat{w}_f$ である。以上より、 $\hat{F}_0$ を正規分布とすれば、特性量のp.d.f. が計算される。図-5~9 は前述の実験条件に対する $\hat{z}_{pmax}$, $\hat{x}_{Lmean}$, $\hat{t}_p$, $\hat{x}_{pp}$ のp.d.f. (図-5~8) および $\hat{x}_{Lmean}$ の超過確率(図-9)の理論値と実験値を示したものである。 $\hat{z}_{pmax}$, $\hat{t}_p$, $\hat{x}_{pp}$ については、理論値は実験値の傾向を比較的よく表わしているが、 $\hat{x}_{Lmean}$ についてはデータ数が少なく明確なことは言えないが、 $\hat{x}_{Lmean}$ の計算値が過小に評価されているようであり、 $\hat{x}$ と $\hat{t}_e$ における粒子の運動モデルについてもう少し詳しい検討が必要である。

5. あとがき 以上、浮遊運動を確率的に考え、その特性量の分布型状を考察したが、浮上後の粒子の運動についても確率的な検討を加え、この理論を濃度分布などに応用していきたい。

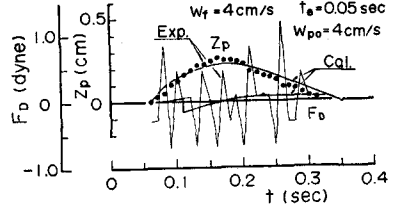


図-2 Z_p の時間変化

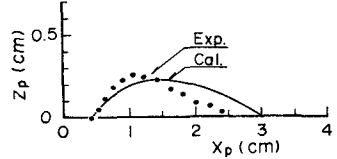


図-3 Z_p と X_p の関係

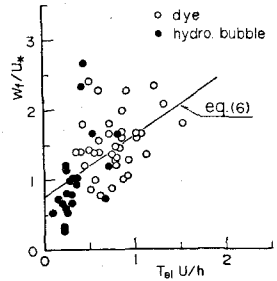


図-4 t_{el} と w_f の関係

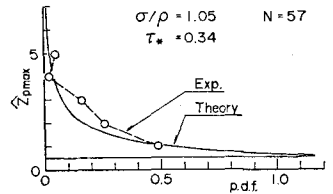


図-5 $\hat{z}_{pmax}$ の確率分布

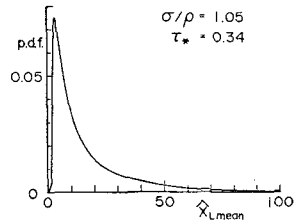


図-6 $\hat{x}_{Lmean}$ の確率分布

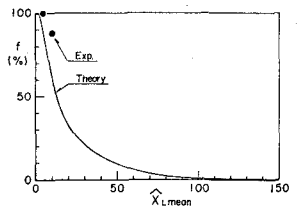


図-7 $\hat{t}_p$ の確率分布



図-8 $\hat{x}_{pp}$ の確率分布



図-9 $\hat{x}_{Lmean}$ の超過確率

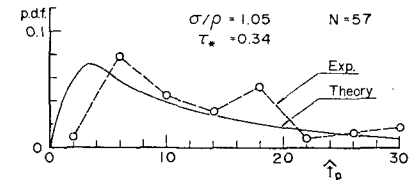


図-7 $\hat{t}_p$ の確率分布

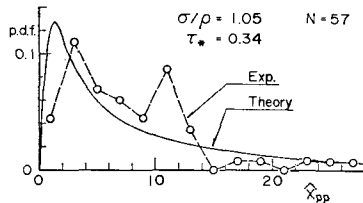


図-8 $\hat{x}_{pp}$ の確率分布

〈参考文献〉 1) 芦田ら; 河床付近の流れと粒子の浮遊現象に関する研究, S.59, 関西支部講演(投稿説), 2) 芦田ら; 相面上の粒子の浮遊機構と浮遊限界に関する研究, 京大防災研年報, 第26号, 昭.58.