

浮遊砂運動の確率過程モデルについて

京都大学工学部 正 員 中川 博次

金沢大学工学部 正 員 辻本 哲郎

京都大学大学院 学生員 旗持 和洋

京都大学大学院 学生員 森 幸茂

Saltation (運動) に代表される掃流運動によって(河床の凹凸との衝突、反発を媒介にして) ある高さ y_B まで持ち上げられた粒子が、乱れに応答し、浮遊砂としての挙動によって水深全体にわたって分布すると考える。すなわち、浮遊砂濃度分布は中川ら¹⁾によると式(1)で与えられる。ここに、 $C_B(y_B)$: 掃流砂濃度分布、 $f_B(y_B)$: 掃流砂の鉛直方向存在確率密度であり、 v_g : 掃流粒子の単位面積当り数密度を用いると、式(2)である。また、 $f_s(y|y_B)$ は、 y_B を出発点とする浮遊粒子の条件付鉛直方向存在確率密度である。

中川ら²⁾は、掃流砂れきの鉛直方向存在確率密度を、saltationの初速度の分布とsaltationの運動方程式にもとづいて求めた。すなわち、運動方程式の解 $y(t|v_0)$ (v_0 はsaltationの初速度)より、式(3)として求められる。浮遊粒子のそれについても同様の方法で求められるが、浮遊砂の運動軌跡は運動方程式の解というよりrandom processであり、その特性は各点(高さ)における粒子の変位を確率量と考え、その繰返しでできる標本系列のアンサンブル平均として取り扱うのが合理的と考えられる。各高さにおける微小時間 Δt の間の変位量 η の確率密度関数を $g(\eta|y)$ とする。 y_B より出発した粒子の Δt ごとの変位を数値シミュレーションで追跡することによって $f_s(y|y_B)$ が求められる。ただし、河床に到着したものは掃流運動又は停止に移行したものと考え、新しく y_B を出発点とする粒子運動(図-1)を数値シミュレーションする。充分な $y \sim t$ 関係を得た後、 $f_s(y|y_B)$ を推定する。

ところで、この手法は結構計算時間を要するので、これと同値と考えられる別手法として次のものがあげられる。すなわち、 y_B を出発した粒子の $n\Delta t$ 後の位置の条件付確率密度 $f_n(y; y_B)$ を考え、これを式(4)、(4')により、逐次計算して得る。これより、式(5)で $f_s(y|y_B)$ が求められる。この方法はすでにYalinら³⁾によって提案されている。原理的に両手法は同値のはずである。

さて、これによって計算するに当っては、いずれの手法でも $g(\eta|y)$ の評価が重要となる。従来の乱れ速度の分布などの知見をもとに、正規分布を仮定すると、式(6)であり、 $E[\eta|y]$ 、 $\sigma_{\eta|y}$ の評価が必要である。これらについては式(7)のように考えるのが自然である。ここに、 u_* : 摩擦速度、 $\sqrt{v'^2}$: 水流の鉛直方向乱れ、 h : 水深、 w_0 : 沈降速度である。

いま、Yalinらにならって、式(8)とすると、 y の関数となるのは式(9)であり、粒子を含まない流れでは従来より乱れ計測結果が蓄積されており、いくつかの実験式が提案されている。図-2、3、4は、 $y_B = y_{B0} = 0.0571$ 、 $K_I = 1.5$ とし、 Φ_v 、 K_I がシミュレーション結果 $\{f_s(y|y_{B0})/f_s(0.05h|y_{B0})\}$ に与える影響を示したものである。図-2は $K_I = 0.0875$ とし、 Φ_v を式(10)~(13)のように与えたものを(10)~(13)で示している。

また、図-3では Φ_v として式(12)を、図-4では式(13)を採用している。これらの図より K_1, K_T, Φ_v の与え方により、得られる $f_s(y|y_B)$ は相当種々様々であることがわかる。

一方、図-5には実験の相対濃度分布例を示した。ここでは、ポリスチレン粒子(発泡スチロールの原料)を用い($\sigma/\rho=1.03$)、ビデオフィルム解析できる程度の希薄な濃度で、濃度を3種類に変えて実験を行っている。この結果によると濃度にほぼ依存せず、Rouse式への適合性の良いことが認められ、結局、上述のシミュレーションにおいても、Rouse式に近い形が得られるように K_1, K_T, Φ_v を設定する必要がある。しかも、それらが合理的に説明されるべきであることは言うまでもない。

なお、図-6には、 y_B による $\{f_s(y|y_B)/f_s(y_B/y_B)\}$ の変化を調べた一例である。

$$C(y) = \int_0^h C_B(y_B) f_s(y|y_B) / f_s(y_B|y_B) f_B(y_B) dy_B \quad \text{----- (1)}$$

$$C_B(y_B) = v_g A_3 d^3 f_B(y_B) \quad \text{----- (2)}$$

$$f_B(y|v_0) = \{1/Ts(v_0)\} / \{dy(t|v_0)/dt\}_y \quad \text{----- (3)}$$

$$f_n(y; y_B) = \int_0^h g(y-y_B|y_B) f_{n-1}(y; y_B) dy' \quad \text{----- (4)}$$

$$f_1(y; y_B) = g(y-y_B|y_B) \quad \text{----- (4)'}$$

$$f_s(y|y_B) = \int_0^h f_n(y; y_B) / \int_0^h f_n(y; y_B) dy \quad \text{----- (5)}$$

$$g(n|y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{n|y}} \exp\{-(-n - E[n|y])^2 / 2\sigma_{n|y}^2\} \quad \text{----- (6)}$$

$$E[n|y] / h = -(w_0 / u_*) (u_* dt / h) \quad \text{----- (7)}$$

$$\sigma_{n|y} / h = K_1 (\sqrt{\nu}^2 / u_*) (u_* dt / h) \quad \text{----- (8)}$$

$$t_* = u_* dt / h = K_T = \text{const.} \quad \text{----- (9)}$$

$$\Phi_v(y/h) = \sqrt{\nu}^2 / u_* \quad \text{----- (10)}$$

$$\Phi_v(\xi) = \begin{cases} 1.27 \exp(-\xi) & \text{----- (10)} \\ 0.8 & \text{----- (11)} \end{cases}$$

$$\Phi_v(\xi) = \begin{cases} \sqrt{5.08\xi(1-\xi)\exp(-\xi)} & \text{----- (12)} \\ 1.27 \exp(-\xi) & (\xi > \xi_0) \\ -\frac{1.27 \exp(-\xi)}{\xi_0^2} (\xi - \xi_0)^2 + 1.27 \exp(-\xi) & (\xi \leq \xi_0) \end{cases} \quad \text{----- (13)}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

$$\xi_0 = 50\nu / u_* h \quad \text{----- (13)'}$$

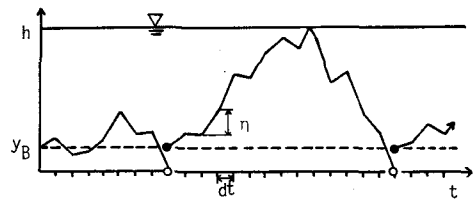


図-1

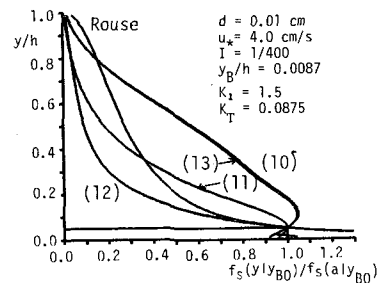


図-2

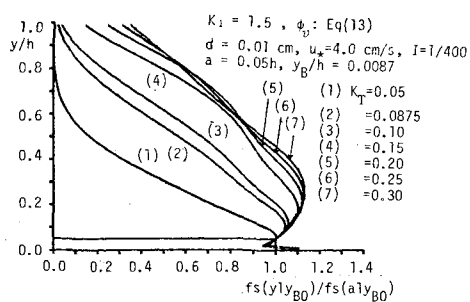
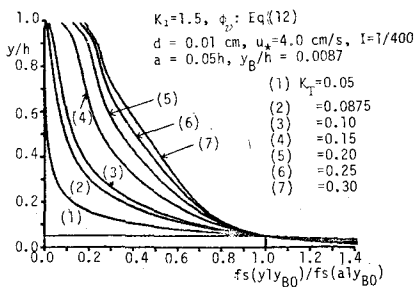


図-4

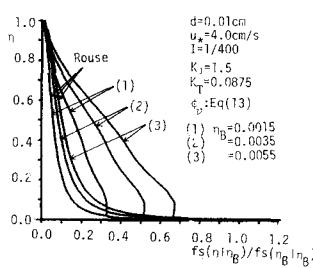
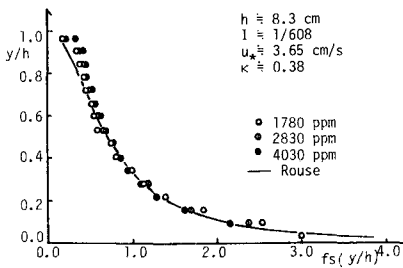


図-6

1) 中川・辻本: 第28回水理講演会論文集
1983, pp. 665-670

2) 中川・辻本: 防災研究所年報,
第26号B, 1983

3) Yalin, M.S. and Krishnappan, B.M.
IAHR, Vol. 1, pp. 603-614,
Bangkok, 1973