

シミュレーション言語を用いた塔の振動解析

関西大学工学部 正会員 三上 市蔵
 関西大学大学院 学生員 三浦 泰夫
 日本電子計算機 正会員 岩本 匡弘

1. まえがき 吊橋や斜張橋の塔の振動解析は、これまで差分法やFEMを用いて行われてきた。一方、著者の研究室では、簡単にプログラムを作成できるシミュレーション言語を用いて振動問題や熱伝導問題を解き、その言語のDynamic Relaxation法やViscous Relaxation法への適用を検討してきた。^{3,4)}ここでは、この言語を使って塔の振動解析を試みる。解決すべき事項に対応する4種の基本的モデルを取り上げる。

2. 解析モデル (1) 変断面 塔の断面は変化するのか普通で、モデルとしてFig. 1の断面が急変する柱の自由横振動を考える。基礎方程式は次のようになる。

$$-\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} - N \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \quad (1)$$

ここに、 w は z 方向のたわみ、 M は曲げモーメント、 P は鉛直方向荷重、 $N = -P$ 、 EI は曲げ剛さ、 m は単位長さ当りの質量である。差分点が断面変化点に位置する場合次のいずれかの換算値⁵⁾を用いて式(1)を適用する。

$$I = (I_1 + I_2)/2, \quad A = (A_1 + A_2)/2 \quad (2)$$

$$I = 2 I_1 I_2 / (I_1 + I_2), \quad A = 2 A_1 A_2 / (A_1 + A_2) \quad (3)$$

(2) ばね支持 塔はケーブルで支持されている。そこでモデルとして、Fig. 2のばね支持された柱の自由横振動を考える。基礎方程式は式(1)と同じで、ばね支持端での境界条件は次のようになる。

$$\partial M / \partial x + P \partial w / \partial x - k_e w = 0, \quad M = 0 \quad (4)$$

(3) 縦・横振動 縦振動に伴う横振動と、軸力を受ける片持柱に対して検討する。基礎方程式は式(1)と次式である。

$$-\frac{\partial N}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \quad N = EA \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5)$$

(4) 骨組 骨組構造としての塔の面内自由振動のモデルとして、Fig. 3に示す門形ラーメンを考える。基礎方程式は、式(1)と式(5)である。部材 a と部材 b の剛接点における連続条件式は次のようになる。

$$P - N_a - \frac{\partial M_b}{\partial x_b} = 0, \quad N_b - \frac{\partial M_a}{\partial x_a} - P \frac{\partial w_a}{\partial x_a} = 0, \quad M_a = M_b, \quad \frac{\partial w_a}{\partial x_a} = \frac{\partial w_b}{\partial x_b}, \quad u_a = -w_b, \quad w_a = u_b \quad (6)$$

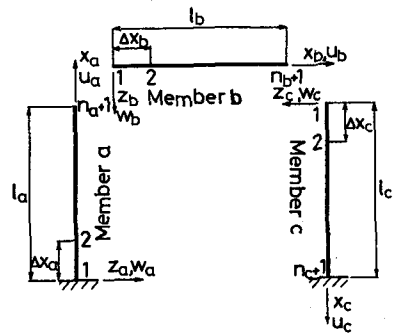
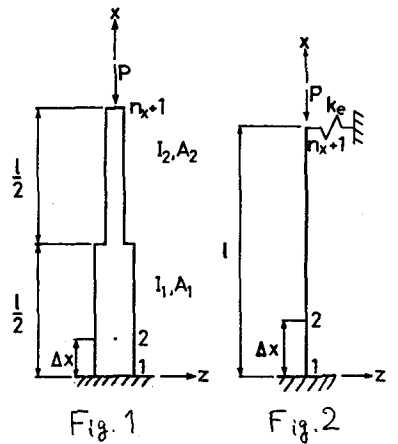


Fig. 3

Ichizou MIKAMI, Yasuo MIURA and Masahiro IWAMOTO

ここに、 P は接点の荷重である。

3. 数値計算結果 各解析モデルにおいて、基礎式を無次元表示したのち、場に関して差分表示し、シミュレーション言語を用いてプログラミングし、数値計算を行った。

(1) 変断面 差分点が断面変化点に位置しない場合と、断面変化点に位置し、式(2)を用いた場合および式(3)を用いた場合について、分割数と解(周期)の精度の関係を調べた。差分点が断面変化点に位置するような分割の方が良い精度が得られた。その際式(2)、式(3)のいずれを用いてもほとんど差はなかった。

(2) ばね支持 金門橋の主塔を例に計算を行った。このモデルの場合、初期条件が解の精度に敏感に影響する。本研究では、作成したプログラムをそのまま利用して Dynamic Relaxation法³⁾⁴⁾を用いて、等分布横荷重に対するたわみと求め、その分布形状の初期加速度を与えた。得られた振動モードをFig. 4に示す。ただし、 $t' = t \sqrt{EI/ml^4}$ である。振動周期は、文献⁶⁾の値とはほぼ一致した。

(3) 縦・横振動 $ns=10$ に対する結果の一例をFig. 5に示す。ただし、 $P' = Pl/EI$, $\lambda = l/\sqrt{I/A}$, $u' = u/l$, $w' = w/l$ である。横振動に伴って、さきわて微小な縦振動が1/2の周期で生じているが、軸力の変化はほとんどない。なお、鉛直荷重が急激に作用した場合の振動も簡単に求めることができる。結果はFig. 6のようで、最大縦変位は、Timoshenko⁷⁾の指摘のように静的縦変位の2倍に達する。縦振動周期は横振動周期に比べ短くなり、軸力の変化も大きい。

(4) 骨組 文献⁸⁾に示された例題について計算を行った。Fig. 7は面内1次振動の振動モードで、無次元周期 $T' = 2.03$ である。なお文献⁸⁾のFEM解では $T' = 2.07$ である。

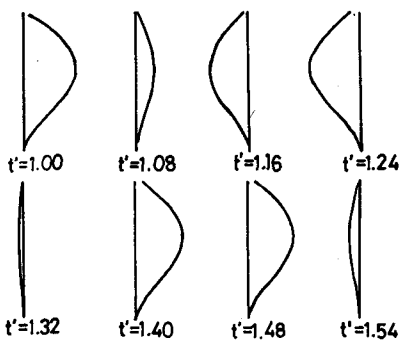


Fig. 4

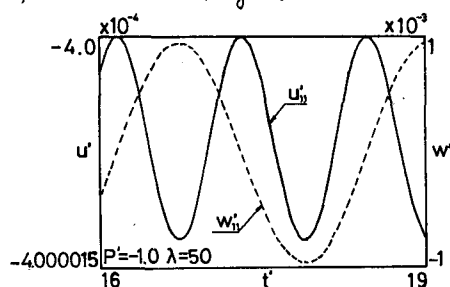


Fig. 5

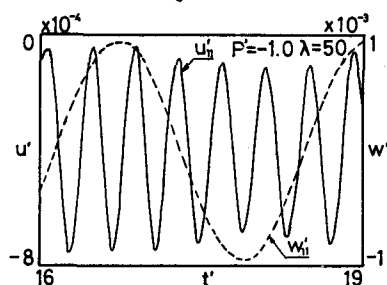


Fig. 6

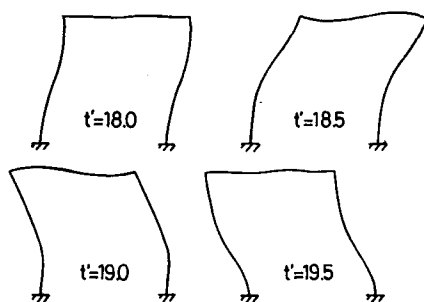


Fig. 7

参考文献

- 1) 三上・他, 土木学会関西支部年講, 1979.
- 2) Mikami, I., et al., Tech. Rep. of Kansai Univ., No. 24, 1983.
- 3) 三上, 土木学会年講, 1983.
- 4) Mikami, I., Theoretical and Applied Mechanics, Univ. of Tokyo Press, Vol. 32, 1984.
- 5) Iremonger, M. J., Computers & Structures, Vol. 12, No. 5, 1980.
- 6) Ahmed, M., Proc. of ASCE, Vol. 108, No. EM5, 1982.
- 7) Timoshenko, S. P.: 工業振動学, 東京図書.
- 8) 川井: マトリックス法振動及び応答, 培風館.