

ラーメン隅角部腹板の弾性座屈

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

堺市役所 正会員 角地 学

大日本コンサルタント 正会員 清水慶和

1. まえがき 鋼製ラーメン構造物の隅角部は強度上最も弱点となる場合が多い。隅角部を対象とした応力解析は比較的多くなされているが〔1〕、座屈強度に関する研究はほとんどなされていないようである〔2, 3〕。ここでは、ラーメン隅角部腹板に曲げモーメント・せん断力・軸力が作用する場合の板内部の応力分布を明らかにし、それらの荷重が作用する場合の弾性座屈係数と組合せ荷重の座屈相關曲線を差分法によって求める。

2. 基礎式 Fig. 1 に示すような幅 a 、高さ b の隅角部腹板を対象に、その右端と下端に図のような曲げモーメント、放物線分布のせん断力およびそのせん断力につり合う様分布の軸力が作用する場合を考える。

Fig. 1 に示すような荷重が境界辺に作用する場合、座屈前の板内部の応力は x および y 方向の力のつり合い式

$$2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1 - \nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (1 + \nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1)$$

$$(1 + \nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1 - \nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

を板周辺での面内境界条件のもとに解けばよい。すなわち、 $x = 0$ の辺での境界条件としては、

$$u = 0, \quad \tau_{xy} = 0 \quad (3)$$

を、 $x = a$ 辺では、

$$\sigma_x = \sigma_1 + \sigma_2 = (1 - 2 \frac{y}{b}) \sigma^b - m \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}^*} \sigma^b, \quad \tau_{xy} = \tau = 6m \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}^*} \frac{by - y^2}{b^2} \sigma^b \quad (4)$$

を用いる。 $y = 0$ の辺では、

$$\tau_{xy} = 0, \quad v = 0 \quad (5)$$

で、 $y = b$ 辺では、

$$\sigma_y = (\frac{b}{a})^2 (1 - 2 \frac{x}{a}) \sigma^b - m \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}^*} \frac{b}{a} \sigma^b, \quad \tau_{xy} = 6m \frac{\tau_{cr}}{\sigma_{cr}^*} \frac{b}{a} \frac{ax - x^2}{a^2} \sigma^b \quad (6)$$

である。ここに、 u および v は x および y 方向の面内変位、 σ_x , σ_y , τ_{xy} は x および y 方向の膜応力と膜せん断応力、 σ^b は右端に作用する最大曲げ応力である。また、 σ_{cr}^* と τ_{cr}^* はそれぞれ曲げモーメントあるいはせん断力と軸力が単独に作用した場合の弾性座屈応力であり、 m はせん断力と曲げモーメントの作用する割合を表す比で、 $m = (\tau_{cr} / \tau_{cr}^*) / (\sigma_{cr} / \sigma_{cr}^*)$ で与えられる。 σ_{cr} と τ_{cr} は曲げモーメント・せん断力・軸力の組合せ荷重が作用する場合の座屈応力である。 ν はポアソン比である。

次に、式 (1)、(2) と境界条件から求められる応力が作用する場合、座屈時の基礎微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} (\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}) \quad (7)$$

ここに、 D は腹板の曲げ剛さで、 $D = Et^3 / 12 (1 - \nu^2)$ であり、 t は板厚である。板曲げに対する境界

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Manabu SUMIJI, and Yoshikazu SHIMIZU

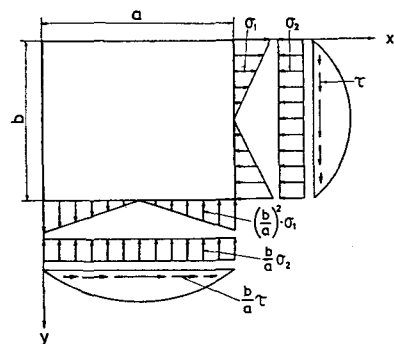


Fig.1 Rectangular web of rigid frame under combined compression, bending, and shear

条件としては、周辺単純支持と周辺固定を扱う。

以上の基礎微分方程式と境界条件に差分法を適用し、せん断力と曲げモーメントの割合を示す比 m の種々の値に対して、板内部の応力分布を決定した後、Regula Falsi法によって座屈係数 $k_{crb} (= \sigma_{cr} b^2 t / \pi^2 D)$ あるいは $k_{crs} (= \tau_{cr} b^2 t / \pi^2 D)$ を求める。

3. 数値計算結果 単精度と倍精度計算し、差分分割数と解の精度を調べたところ、単精度では分割数の増加とともに丸めの誤差が生じることがわかった。したがって、ここでは倍精度計算し、 $n_x = n_y = 16$ 分割を用いることにする。

まず、せん断力と軸力が作用する場合の座屈係数曲線をFig. 2に示す。図中、実線は周辺単純支持の、破線は周辺固定の場合を示す。周辺単純支持の場合、座屈係数は $a/b \leq 1.0$ の範囲で急激に減少している。一方、 a/b が1.0を越えると、ほぼ一定の座屈係数を示す。周辺固定の場合も周辺単純支持の曲線とほぼ同様の傾向にある。その座屈係数は単純支持の場合の約2倍として求められる。

次に、曲げモーメント・せん断力・軸力の組合せ荷重が作用する場合、 $m = 0, 0.5, 1.0, 2.0$ の座屈係数曲線を示すと、Fig. 3のようになる。ただし、 $m = 0$ の場合の曲線は曲げモーメントのみが作用する場合の座屈曲線となる。図から明らかなように、曲げモーメントのみが作用する場合、周辺単純支持の場合の座屈係数は縦横比 a/b が1.0で最小となり、 $1.0 \leq a/b \leq 2.2$ の範囲で増加し、 $a/b \geq 2.2$ では減少する。また、周辺固定の場合、周辺単純支持の場合と同様の傾向にあり、その座屈係数は周辺単純支持の約2倍となっている。 m の値が大きくなると、座屈係数はかなり減少し、縦横比による座屈係数の差はなくなる傾向にある。周辺単純支持の場合に比較して、固定の場合の座屈係数は m の影響を大きく受ける。

この場合の組合せ荷重に対し、座屈相関曲線を示すと、Fig. 4が得られる。図から明らかなように、いずれの境界条件に対しても縦横比が大きいほど曲線のふくらみは少なくなっており、周辺固定の場合の方がより二次放物線に近い。周辺単純支持の場合の $a/b = 1.0$ に対する近似式は

$$(Q_{cr} / Q_{cr}^*)^{1.19} + (M_{cr} / M_{cr}^*)^{1.37} = 1$$

で与えられる。

なお、Fig. 1に示す方向に曲げモーメント・せん断力・軸力が作用する場合のほか、その逆方向に作用する場合も考えられる。その場合に対する結果は講演会当日に発表する。

1) 小松定夫編：鋼構造の補剛設計，森北出版，1982. 2) W.Protte：Stahlbau, Jg. 48, Ht. 4, S. 123-125, 1979. 3) Wisniewski, L., J.L. Zioberski, und B.Manko：Stahlbau, Jg. 51, Ht. 9, S. 273-276, 1982.

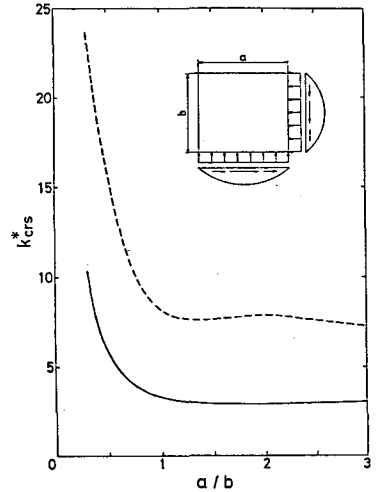


Fig.2 Buckling coefficient curve

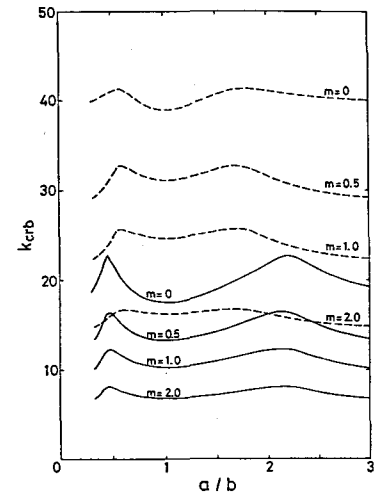


Fig.3 Buckling coefficient curve

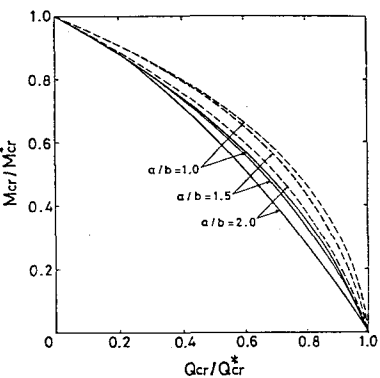


Fig.4 Interaction curves for buckling of web plate