

部分縁荷重を受ける腹板の弾性座屈

関西大学工学部 正会員 米澤 博

関西大学工学部 正会員 堂垣正博

西武建設(株) 正会員 〇大西康雄

奈良県 正会員 小走智彦

1. まえがき プレートガーダーの上縁に部分荷重のみが作用する場合の腹板の弾性座屈に関する研究は比較的多くなされている[1-5]。縁荷重・曲げモーメント・せん断力が種々の組合せで作用する場合の弾性座屈の研究はあまり行われていないようである[6,7]。そこで、ここではそれらの組合せ荷重が作用する場合の板内部の応力分布と、その応力が作用するもとの弾性座屈係数と組合せ荷重の座屈相関曲線を差分法によって求めることにする。

2. 基礎式 Fig. 1 に示すような上下フランジと左右の垂直補剛材で囲まれた長さ a 、桁高 b のプレートガーダー腹板を対象に、上フランジ辺に幅 c の部分縁荷重、左右辺に曲げモーメントおよび板周辺にせん断力が作用する場合を考える。

Fig. 1 に示すような荷重が境界辺に作用する場合、座屈前の板内部の応力分布は x および y 方向の力のつり合い式

$$2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (1-\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + (1+\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = 0 \quad (1)$$

$$(1+\nu) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + (1-\nu) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

を板周辺での面内境界条件のもとに解けばよい。すなわち、 $x=0$ 、 a の辺での境界条件は

$$\sigma_x = -\sigma^b (1 - 2 \frac{y}{b}), \quad \tau_{xy} = \tau_0 \pm \tau_1 = \tau_0 \pm \frac{3}{4} \sigma^p \frac{c}{a} \frac{a}{b} \{1 - (2 \frac{y}{b} - 1)^2\} \dots (3)$$

である。 $y=0$ 辺のうち、部分縁荷重の作用する領域 $[(a-c)/2 \leq x \leq (a+c)/2]$ では

$$\sigma_y = -\sigma^p, \quad \tau_{xy} = \tau_0 \dots (4)$$

となり、 $y=0$ 辺のその他の領域と $y=b$ 辺では式(4)の第1式を $\sigma_y = 0$ とすればよい。ここに、 u 、 v は x および y 方向の面内変位、 σ_x 、 σ_y 、 τ_{xy} は x および y 方向の膜応力と膜せん断応力、 σ^p 、 σ^b 、 τ_0 はそれぞれ境界に作用する部分縁応力、最大曲げ応力、一様せん断応力であり、 ν はポアソン比である。

次に、式(1)、(2)と境界条件から求められる応力が腹板に作用する場合、座屈時の基礎微分方程式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2 \tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \dots (5)$$

ここに、 D は腹板の曲げ剛さで、 $D = Et^3/12(1-\nu^2)$ であり、 t は板厚である。板曲げに対する境界条件として、左右の垂直補剛材上で単純支持、上下フランジ辺で単純支持あるいは固定支持を考える。

以上の基礎微分方程式と境界条件式に差分法を適用し、曲げモーメントと部分縁荷重の作用する割合を表す比 m およびせん断力と縁荷重の割合を表す比 n の種々の値に対して、板内部の応力分布を決定し、Regula Falsi法によって弾性座屈係数 $k_{crp} (= P_{cr} b / \pi^2 D)$ を求める。ここに、 $m = (M_{cr} / M_{cr}^*) / (P_{cr} / P_{cr}^*)$ 、 $n = (Q_{cr} / Q_{cr}^*) / (P_{cr} / P_{cr}^*)$ で与えられる。 P_{cr} 、 M_{cr} 、 Q_{cr} はそれぞれ組合せ荷重が作用する場合の座屈時の縁荷重、曲げモーメント、せん断力であり、 P_{cr}^* 、 M_{cr}^* 、 Q_{cr}^* は縁荷重、曲げモーメント、せん断力がそれぞれ単独に作用した場合の座屈荷重を表す。

Hiroshi YONEZAWA, Masahiro DOGAKI, Yasuo ONISHI, and Tomohiko KOBASHIRI

3. 数値計算結果 単精度と倍精度計算し、分割数と解の精度を調

べたところ、単精度では分割数の増加とともに丸めの誤差が生じた。したがって、以下では倍精度計算し、 $n_x = n_y = 20$ 分割を用いる。

まず、部分緑荷重のみが作用する腹板を対象に、分布幅比 c/a が弾性座屈に及ぼす影響を調べると、Fig. 2 の座屈係数曲線を得る。図中、実線は上下辺単純支持の、破線は固定の結果を示す。図から明らかなように、弾性座屈係数曲線は、圧縮や純曲げが作用する板の座屈係数と異なり、せん断力を受ける板や圧縮力を受ける自由突出板の座屈係数に類似し、縦横比の増加とともに単調減少する。緑荷重の分布幅が狭いと、座屈緑荷重 P_{cr} はかなり減少し、上下辺固定の場合の方が単純支持の場合に比較して c/a の影響を受けやすい。なお、いずれの条件の場合にも、 c/a および a/b の値にかかわらず x および y 方向に一半波の波形で座屈した。

次に、緑荷重と曲げモーメントが同時に作用する腹板を対象に、曲げモーメントと緑荷重の作用する割合を表す比 m や縦横比などが弾性座屈係数と座屈相関曲線に及ぼす影響を調べる。 $c/a = 0.55$ で、種々の組合せの緑荷重と曲げモーメントが作用する場合の座屈係数曲線を Fig. 3 に示す。図中、実線は単純支持の、破線は固定の結果を示す。緑荷重のみの場合と同様、縦横比とともに座屈係数は単調減少する。また、曲げモーメントの緑荷重に対する割合が増えるほど座屈係数は減少するが、フランジの拘束が強いほど m の影響を大きく受ける。

$c/a = 0.05$ に対して、 $a/b = 0.3, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ の周辺単純支持腹板を対象に、曲げモーメントと緑荷重の座屈相関曲線を求めると、Fig. 4 が得られる。図から明らかなように、縦横比が 1.0 より小さい場合、相関曲線は破線で示す Dunkerly 曲線

$$(P_{cr}/P_{cr}^*) + (M_{cr}/M_{cr}^*) = 1.0$$

ではほぼ近似できる。 $a/b = 1.5, 2.0$ と腹板が長くなるにつれて相関曲線は一点鎖線で示す二次放物線

$$(P_{cr}/P_{cr}^*) + (M_{cr}/M_{cr}^*)^2 = 1.0$$

に近づく。このことより、縦横比が大きくなると、腹板座屈は緑荷重よりも曲げモーメントの作用を強く受けるものと思われる。また、分布幅比の相違による相関曲線の違いはほとんどなかった。

なお、緑荷重とせん断力が作用する場合や緑荷重・曲げモーメント・せん断力が作用する場合については、講演会当日に発表する。

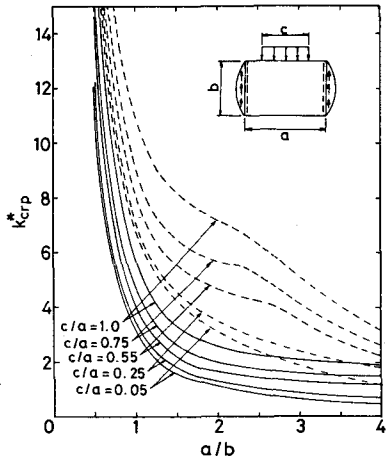


Fig. 2 Buckling coefficients under patch loading

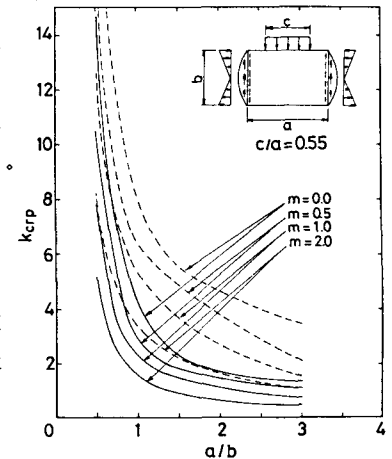


Fig. 3 Buckling coefficients under combined bending and patch loading

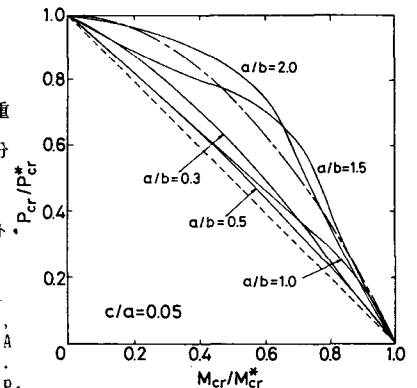


Fig. 4 Interaction curve for buckling of plate under combined bending and patch loading

- 1) Rockey, K.C. and D.K. Bagchi: Int. J. of Mech. Scie., Vol. 12, pp. 61-76, 1970. 2) Kahn, M.Z., K.C. Johns and B. Hayman: Proc. of ASCE, Vol. 103, No. ST3, pp. 547-558, 1977. 3) Protte, W.: Stahlbau, Jg. 45, Ht. 8, S. 251-252, 1976. 4) 桑山: 土木学会論文報告集, No. 337, pp. 47-56, 1983-9. 5) 森脇・滝本・三村: 土木学会論文報告集, No. 339, pp. 69-77, 1983-11. 6) Klöppel, K. und C.H. Wagemann: Stahlbau, Jg. 33, Ht. 7, S. 216-220, 1964. 7) Rockey, K.C., M.A. El-gaaly and D.K. Bagchi: Proc. of ASCE, Vol. 98, No. ST12, pp. 2739-2752, 1972.