

二層弾性地盤と構造物の動的相互作用について

神戸大学 正 北村泰寿 学 福森若史
和歌山県 正〇金谷達矢

1. まえがき 本研究は、二層弾性地盤上の4辺自由板が調和型加振力を受けるときの動的挙動を解析したものである。基本的な考え方は、第一筆者が半無限弾性地盤に対して示した文献1)の解法において、地盤を二層地盤に拡張したものとなっている。

2. 解析手法 弾性地盤上の4辺自由板(2C×2d)のたわみを級数展開し、級数解の各項に対する係数は次式の汎関数Uを極小にする変分法の原理に基づいて決定する。なお、以下の記述において時間項 $e^{i\omega t}$ は省略する。

$$U = \int_{-d}^d \int_{-C}^C \left[\frac{D}{2} \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} + 2\nu_p \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + 2(1-\nu_p) \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \rho_p h_p \omega^2 w^2 + \frac{1}{2} \gamma w - p w \Big] dx dy \quad (1)$$

ここで、 D は板剛度、 ν_p は板のポアソン比、 h_p は板厚、 ρ_p は板の密度、 ω は加振円振動数、 w はたわみ、 γ は地盤反力、 p は外力である。一方、式(1)の地盤反力 γ は、二層弾性地盤に対する混合境界値問題として、次式の未知反力に関する第1種 Fredholm 型積分方程式の解となる。

$$\int_{-d}^d \int_{-C}^C G(x-\xi, y-\eta) \gamma(\xi, \eta) d\xi d\eta = w(x, y) \quad (|x| \leq C, |y| \leq d) \quad (2)$$

ここで、 $G(x-\xi, y-\eta)$ は二層弾性地盤の Green 関数である。次に、たわみおよび地盤反力を次式のように級数展開する。

$$w(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i \varphi_i(x, y) \quad (3), \quad \gamma(x, y) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i f_i(x, y) \quad (4)$$

ここで、 $\varphi_i(x, y)$ は4辺自由板の*i*次の固有振動モードで、Ritzの方法によって求める。また、式(3)、(4)を式(2)に代入すれば次式が得られる。

$$\int_{-d}^d \int_{-C}^C G(x-\xi, y-\eta) f_i(\xi, \eta) d\xi d\eta = \varphi_i(x, y) \quad (i = 0, 1, 2, \dots) \quad (5)$$

上式より、式(4)の級数項 $f_i(x, y)$ は*i*次固有振動モード $\varphi_i(x, y)$ に対する*i*次の地盤反力を意味する。式(3)と式(5)の結果を用いた式(4)を式(1)に代入し、係数 A_i に関する極小条件 $\partial U / \partial A_i = 0$ ($i = 0, 1, 2, \dots$)より、係数 A_i を決定する。

ところで、式(5)の積分方程式は解析的に解を得ることができない。このため、板と地盤の接触面を有限個の要素に分割し、影響係数の概念を用いて、各要素の未知地盤反力に関する連立一次方程式に帰着させる。なお、分割法の詳細は文献2)に、また二層弾性地盤に対する影響係数計算の近似化の詳細は文献3)に譲る。

3. 計算結果 計算条件としては、正方形板(2C×2C)の中央に点加振力が作用する場合を対象とした。また、数値計算には次のような無次元パラメータを導入し、無次元化式で計算した。

Yasutoshi KITAMURA, Hiroshi FUKUMORI, Tatsuya KANATANI

$$\gamma = \frac{12\pi(1-\nu_p)\mu_1}{(1-\nu_1)\mu_p} \left(\frac{C}{h_p}\right)^3, \quad \tilde{m} = \frac{(1-\nu_1)}{2\pi} \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right) \left(\frac{h_p}{C}\right) a_0^2 \gamma, \quad a_0 = \frac{\omega C}{v_{s1}}, \quad \mu = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad h = \frac{h_2}{C}, \quad \rho = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

ここで、 μ_p, μ_1, μ_2 はそれぞれ板、表層、下層のせん断弾性係数、 ρ_p, ρ_1, ρ_2 はそれぞれ板、表層、下層の密度、 ν_1, h_1, v_{s1} は表層のポアソン比、層厚、横波速度である。なお、 $\tilde{m}$ は $\tilde{m} = a_0^2 \gamma / 30\pi$ とした。

まず、半無限弾性地盤 ($\mu=1$) の場合について、板と地盤の相対剛度 γ が板の中央たわみに及ぼす影響を調べたものが図-1 である。 γ が大きくなる (板の剛度が相対的に小さくなる) とともに、中央たわみは大きくなっており、また無次元振動数 a_0 の小さな値でピークが生じる傾向が現われている。本来、半無限弾性地盤では共振現象が生じないことから、図-1 に見られる傾向は板の存在によるものであると考えられる。

次に、図-2、3 は相対剛度が $\gamma=0$ (剛板) および $\gamma=100$ の場合について、下層と表層のせん断弾性係数の比、すなわち層剛性比 μ が板の中央たわみに及ぼす影響を調べたものである。これらの図より、 γ の値によらず μ が大きくなるとともに、

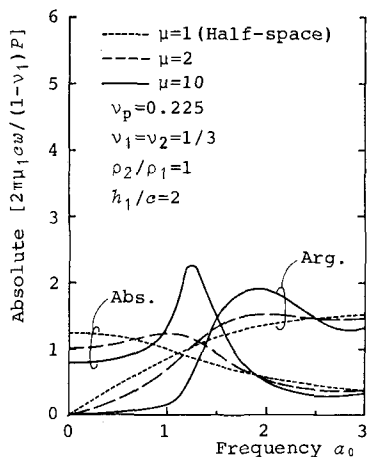


図-2 層剛性比 μ が中央たわみに及ぼす影響 ($\gamma=0$)

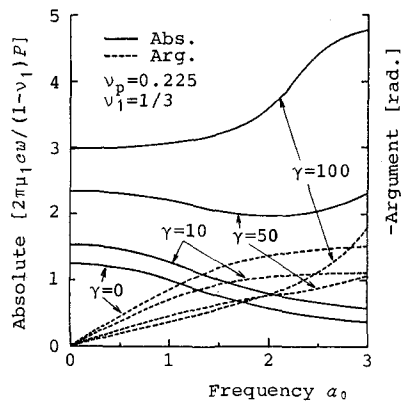


図-1 相対剛度 γ が中央たわみに及ぼす影響 ($\mu=1$)

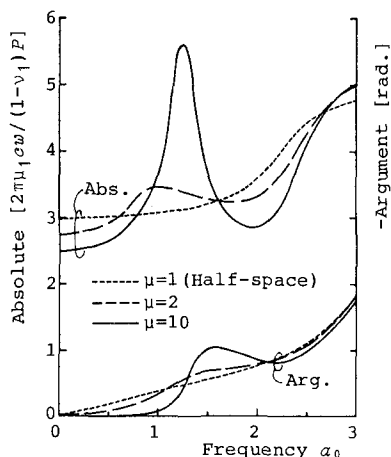


図-3 層剛性比 μ が中央たわみに及ぼす影響 ($\gamma=100$)

もに、明確な共振点が現われる傾向にある。剛基盤上の弾性体 ($\mu=\infty$) の場合、表層の共振現象は $\omega h_1 / v_{s1} = 3.057$ (群速度が0) および $\omega h_1 / v_{s1} = \pi$ (一端固定他端自由な三次元棒の縦振動の固有振動数) なる条件のとき生じる。しかるに、無次元深さを $h_1/C = 2$ としているため、図-2、3 においては $a_0 \div 1.53$ および $\pi/2$ で $\mu=\infty$ の場合の共振点が存在することになる。つまり、図-2、3 に現われているたわみのピークは、 $\mu=2, 10$ と大きくなるにつれて $\mu=\infty$ の共振点に近づき、たわみの値も発散する。一方、このピークとなる a_0 の値をすぎると、板の変形は層剛性比 μ によらず、板と地盤の相対剛度 γ に依存する傾向を示している。

なお、紙面の都合上、本文に示すことのできなから、地盤反力等についての計算結果は講演時に示す。

文献: 1) 北村・桜井: 土学論, No. 297, 1980., 2) 北村・桜井: 土学論, No. 290, 1979., 3) 北村・桜井: 土学論, No. 341, 1984.