

積分方程式法による地盤内構造物の非定常応答解析について

京都大学工学部	正員	丹羽 義次
東海大学海洋学部	正員	北原 道弘
京都大学工学部	正員	廣瀬 壮一
運輸省	正員	○池田 秀文

1. はじめに

本研究は、フーリエ変換を利用した積分方程式法を適用することにより、地盤内に建設された構造物の動的応答特性を解明したものである。(半)無限領域を含む問題では、境界上でのみ未知量を有する積分方程式法を用いるのが有効であるが、本研究では、周波数領域において積分方程式を解き、得られた解を逆フーリエ変換することにより時間領域での解を得ることとした。なお、解析対象として、無限あるいは半無限弾性体中に、空洞・周囲とは異質の弾性体あるいは流体が存在するモデルを考えた。

2. 基礎式と初期・境界条件

等方・均質な線形弾性体に対して、

$$\text{基礎式} \quad \Delta^* u(x, t) \equiv \mu \Delta u(x, t) + (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u(x, t) = \rho \ddot{u}(x, t) \quad (1)$$

$$\text{初期条件} \quad u(x, 0) = u_0(x), \quad \dot{u}(x, 0) = v_0(x) \quad (2)$$

$$\text{境界条件} \quad u(x, t) = \bar{u}(x, t) \quad x \in \partial D_0$$

$$\sigma(x, t) = \{\lambda n \nabla \cdot + 2\mu(n \cdot \nabla) \mathbb{I} + \mu n \times \nabla \times\} u(x, t) = \bar{\sigma}(x, t) = \bar{\sigma}(x, t) \quad x \in \partial D_1 \quad (3)$$

(物体力 $b = 0$, u : 変位, σ : 表面力,

または、境界 $\partial D = \partial D_0 \cup \partial D_1$ 上の外向き単位法線ベクトル)

圧縮性のみを有する完全流体に対して、

$$\text{基礎式} \quad \Delta p(x, t) = \rho / \lambda \dot{p}(x, t) \quad (4)$$

(物体力 $b = 0$, p : 圧力)

3. 定式化

時間 t に関するフーリエ変換、逆フーリエ変換をそれぞれ次のように定義する。

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (5)$$

フーリエ変換を基礎式と境界条件(1)(3)(4)に施すと、

$$\mathbb{L} \hat{u}(x, \omega) = \Delta^* \hat{u}(x, \omega) + \rho \omega^2 \hat{u}(x, \omega) = 0 \quad (6)$$

$$\hat{u}(x, \omega) = \hat{u}(x, \omega) \quad x \in \partial D_0 \quad (7)$$

$$\hat{\sigma}(x, \omega) = \hat{\sigma}(x, \omega) = \hat{\sigma}(x, \omega) \quad x \in \partial D_1$$

$$\Delta \hat{p}(x, \omega) + \left(\frac{\rho \omega^2}{\lambda} \right) \hat{p}(x, \omega) = 0 \quad (8)$$

$$(\nabla \hat{p}(x, \omega) = \rho \omega^2 \hat{u}(x, \omega))$$

外部領域 D_e (Fig. 1) においては、全変位 $\hat{u}$ は、入射波 $\hat{u}_i$ 、半無限自由表面 ∂D_2 での反射波 $\hat{u}_r$ および散乱波 $\hat{u}_s$ を用いて次のように表わすことができる。

$$\hat{u} = \hat{u}_i + \hat{u}_r + \hat{u}_s = \hat{u}_i + \hat{u}_s \quad (9)$$

$$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_r + \hat{\sigma}_s = \hat{\sigma}_i + \hat{\sigma}_s$$

この放射条件を満足する $\hat{u}_s, \hat{\sigma}_s$ と

$$\mathbb{L}_2 \hat{u}(x, \eta) = -\mathbb{I} \delta(x - \eta)$$

によ、て定義される

基本解 $\hat{u}(x, \eta)$ に対し、

グリーンの第2公式

を適用し、 $\hat{u}_i, \hat{\sigma}_i$ が

内部領域で正則であ

ることに注意すれば、次の積分表現を得る。

$$\int_{\partial D_1} \hat{u}(x, \eta) \hat{\sigma}_i(\eta) dS_\eta + \int_{\partial D_2} \hat{u}(x, \eta) \hat{\sigma}_i(\eta) dS_\eta - \int_{\partial D_1} \hat{T}(x, \eta) \hat{u}(\eta) dS_\eta - \int_{\partial D_2} \hat{T}(x, \eta) \hat{u}(\eta) dS_\eta = \begin{cases} \hat{u}(x) - \hat{u}_i(x) & x \in \partial D_1 \\ \hat{u}(x) & x \in \partial D_2 \end{cases} \quad (10)$$

ここで、 $\hat{T}(x, \eta) \equiv \hat{u}(x, \eta) \hat{\sigma}_i(\eta)$ であり、また、 D_e が無限領域の場合には、半無限境界 ∂D_2 に

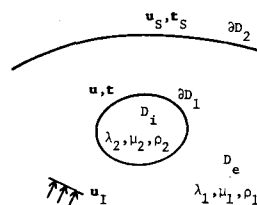


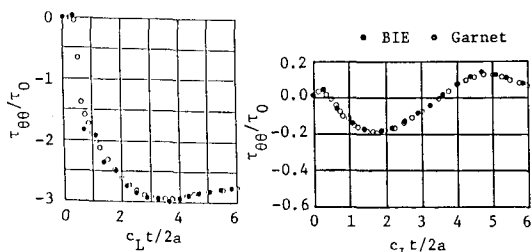
Fig. 1 Inclusion and semi-infinite boundary

対する積分がなく、 $\hat{u}_i = \hat{u}_i$ となる。同様に、内部領域 D_i に対しても、 $\hat{u}$ あるいは $\hat{u}_i$ に対する積分表現を得ることができる。これらに、適当な境界条件を考慮すれば、連立積分方程式系を構成することができる。これを離散化して、定常状態における解が求まれば、式(5)に示す逆変換を施すことにより、もとの非定常状態における解を得ることができる。

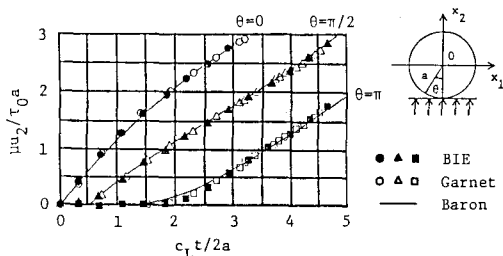
4. 数値解析例 (2次元平面ひずみ問題)

数値解析においては、境界要素として2次のアイソパラメトリック要素を用い、また、半無限境界 ∂D_2 は構造物から十分離れている所では、散乱波 u_k はレイリー波からなっていることと仮定³⁾することにより評価した。フーリエ変換には、FFTを用い、補間法を用いる事で必要な定常応答解析の減少を図った。

平面P波(応力波、振幅 τ_0)が、無限弾性体中の半径 a の空洞に入射した際の応答が Garnet¹⁾や Baron²⁾によって得られており、本手法(BIE)による結果と合わせて Fig. 2 に示す。特に、前者の結果とよく一致していることがわかる。



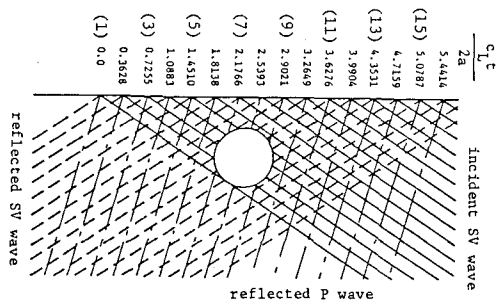
(a) Hoop stress at $\theta=\pi/2$ (b) Hoop stress at $\theta=0$



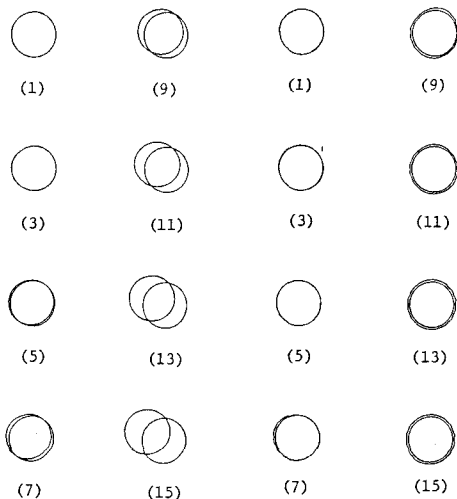
(c) Displacement (u_2) at $\theta=0, \pi/2$ and π

Fig. 2 Transient stresses and displacements

次に、半無限弾性体内深さ $d=2a$ の所に存在するより剛な弾性体 ($\lambda_2=\lambda_1, \mu_2=4\mu_1, \rho_2=\rho_1, \nu_1=\nu_2=0.25$) の、斜め ($\theta=33.75^\circ$) に入射するSV波に対する応答を Fig. 3 に示した。Fig. 3(a) では、各時間スラップにおける入射SV波や反射P波、SV波の波面の位置を示している。(b), (c) に、2スラップ置きの変形および接線方向応力の応答を示す。



(a) Wave fronts of incident and reflected waves



(b) Deformation ($u/\tau_0 a$) (c) Hoop stress $\tau_{\theta\theta}/\tau_0$

Fig. 3 Transient deformations and stresses

詳細および他の解析例については、当日発表する。

参考文献 1) H.Garnet et al, J.Appl.Mech., Vol.33, 521-(1966). 2) P.K.Banerjee et al(eds.), "Developments in Boundary Element Methods-I&II", Appl.Sci.Publ.(1980 & 1982). 3) 木下他, 第36回土木学会年次学術講演会講演集, I部, 527-(1981).