

BIEMによる弱層周辺地盤の動的挙動解析

京都大学工学部 正員 小林昭一
 京都大学工学部 正員 田村 武
 京都大学工学部 学生員 ○木嶋 健

1. はじめに

弱層及びその周辺が、地震時のような挙動を示すかについては、いまだに不明確な点が多い。そこで本研究では、地震波動としてP波・SV波を仮定し、これらが弱層を含む半無限地盤に入射した際の定常応答について、境界積分方程式法(Boundary Integral Equation Method)及び有限要素法(Finite Element Method)を用いて数値解析を行なった。BIEM, FEM はそれぞれ、領域が無限にまで及ぶ場合、領域内の物理定数が異なる場合に定式化が容易である。ここでもこの両者の特徴を生かして、外部領域に BIEM を、内部領域に FEM を使用している。

2. モデルの定式化

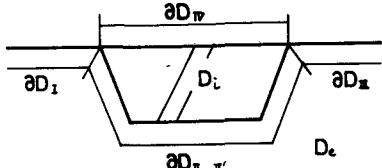
ここでは、地盤を等方均質な2次元線形弾性体と仮定する。モデル形状は下図に示すとおりである。領域($D_i + \partial D_I + \partial D_{II} + \partial D_{III}$)においては BIEM による定式化を、領域($D_e + \partial D_{II} + \partial D_{IV}$)においては FEM による定式化を行なう。ただし、境界 ∂D_{II} 上において表面力がつり合い、変位が連続するという条件を満足しなければならない。

(i) 外部問題

2次元定常弾性問題の基本特異解は次のように与えられる。

$$I_i^{(k)}(x, y) = \frac{i}{4\mu} [H_0^{(k)}(k_r r) \delta_{ik} - \frac{1}{r} \{ H_0^{(k)}(k_r r) - H_0^{(k)}(k_r r) \}_{ik}] \quad (1)$$

(ここに、 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, k_L, k_T はそれぞれ P 波・SV 波の波数)



Betti の相反作用の定理を用いると、領域($D + \partial D$)において、次の境界積分方程式が成立する。

$$\frac{1}{2} U_k(x) = \int_{\partial D} \{ I_i^{(k)}(x, y) t_i(y) - I_{II}^{(k)}(x, y) u_i(y) \} dy \quad (x \in \partial D) \quad (2)$$

一方、領域内にある点の変位、表面力は、平面入射波、平面反射波、散乱波によるものの和で与えられる。外部領域のように領域が無限遠にまで及ぶ場合、無限遠での境界条件として、radiation condition を満足しなければならない。これを満足する変数として、ここでは散乱波によるものを考えた。

式(2)を区間($\partial D_I + \partial D_{II} + \partial D_{III}$)にわたって適用し、離散化を行なうと、結局次に示す方程式が得られる。なお、 t_i, u_i は、それぞれ散乱波による変位、表面力を表わしている。

$$[T_{00x} \ T_{00y} \ T_{00z}] \begin{pmatrix} t_i(\partial D_I) \\ t_i(\partial D_{II}) \\ t_i(\partial D_{III}) \end{pmatrix} = [U_{\partial D_I} \ U_{\partial D_{II}} \ U_{\partial D_{III}}] \begin{pmatrix} t_i(\partial D_I) \\ t_i(\partial D_{II}) \\ t_i(\partial D_{III}) \end{pmatrix} \quad (3)$$

(ここに T: 2重層 U: 1重層)

(ii) 内部問題

基礎式は動弾性の基礎方程式より導かれる。

$$\int_D (v_{ij} \tau_{ij} - \rho \omega^2 v_i u_i) ds = \int_{\partial D} v_i t_i dc \quad (4)$$

(ただし、 v_i は、任意の変位ベクトル)

領域 ($D_I + \partial D_I + \partial D_{II}$) の要素分割を行ない、式(4)を適用すると、結局次に示す式が得られる。

$$[K_{\partial D_I} \ K_{D_I + \partial D_{II}}] \begin{bmatrix} \underline{u}(\partial D_I) \\ \underline{u}(D_I + \partial D_{II}) \end{bmatrix} = [F_{\partial D_I}] (\underline{t}(\partial D_I)) \quad (5)$$

(K, F は、形状関数、及び物理定数に依存する係数)

(iii) 定式化

$\partial D_I, \partial D_{II}$ の区間については、波長の2倍程度にとどめた。一方、境界上では表面力のつり合い条件(6)、変位の連続条件(7)、半無限地盤上での応力 free の条件(8)が成りたつ。

$$\underline{t}(\partial D_I) = -\underline{t}(\partial D_{II}) \quad (6) \quad \underline{u}(\partial D_I) = \underline{u}(\partial D_{II}) \quad (7) \quad \underline{t}(\partial D_I) = \underline{t}(\partial D_{II}) = 0 \quad (8)$$

これを用いると、(3)と(5)は次のような1つの方程式で表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} T_{\partial D_I} & T_{\partial D_I} & T_{\partial D_{II}} & -U_{\partial D_{II}} & 0 \\ T_{\partial D_I} & K_{\partial D_I} & 0 & F_{\partial D_I} & K_{D_I + \partial D_{II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{u}(\partial D_I) \\ \underline{u}(\partial D_{II}) \\ \underline{u}(\partial D_{III}) \\ \underline{u}(\partial D_{II}) \\ \underline{u}(D_I + \partial D_{II}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\partial D_I} \underline{u}_{IR}(\partial D_I) + T_{\partial D_I} \underline{u}_{IR}(\partial D_{II}) + T_{\partial D_{II}} \underline{u}_{IR}(\partial D_{II}) \\ -U_{\partial D_I} \underline{t}_{IR}(\partial D_I) - U_{\partial D_I} \underline{t}_{IR}(\partial D_{II}) - U_{\partial D_{II}} \underline{t}_{IR}(\partial D_{II}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

(ここに、 $\underline{u}_{IR} = \underline{u}_I + \underline{u}_R$ であり、 \underline{u}_I は平面入射波によるもの、 \underline{u}_R は平面反射波によるものをさす)

この式を解けば、境界上の変位、表面力、内部の変位を求めることができる。

3. 数値計算結果

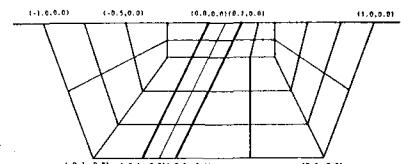
内部領域での要素分割は右図に示すとおりである。図の太線で囲まれた部分を弱層として数値計算を行なった。なお、BIEM, FEM 共に、離散化にあたっては2次アイソパラメトリック要素を用いている。

下図は、振幅1、波長1.57のSV波が鉛直下方から入射した時の応答を表わしている。地盤条件は以下に示すとおりである。

弱層以外 $\rho = 1.0 \quad v = 0.25 \quad E = 1.0$

弱層部分 $\rho = 1.0 \quad v = 0.25 \quad E = 0.01$

REAL PART, IMAGINARY PART はそれぞれ、原点に波の腹がきた場合、波の節がきた場合の挙動を表わしている。



0.0 0.5 地盤のスケール
0.0 10.0 変位のスケール

REAL PART
SV-WAVE
W.L.=1.57
I.A.=0.0

0.0 0.5 地盤のスケール
0.0 10.0 変位のスケール

IMAGINARY PART
SV-WAVE
W.L.=1.57
I.A.=0.0

