

超音波法による弾性体内部構造の推定

京都大学工学部 正員 丹羽義次
 京都大学工学部 正員 廣瀬壮一
 京都大学大学院 学生員 ○請川 誠

1. はじめに

一般に、検出された波動からその内部構造を推定する問題は、逆問題と呼ばれている。弾性波動の逆問題の研究は、材料工学における超音波探傷から耐震工学における地震動解明に至る広い分野で研究されているが、その解析方法は波の到達時間差を解析するものがほとんどであり、波の形状を解析するものは数少ない。本研究は弾性体内部のFLAWによる散乱波に注目し、その散乱波の形状を解析することにより弾性体内部構造の解明を行うもので、AE計測装置を用いた波動実験を行うことにより内部FLAWの弾性定数を求めた。

2. 問題設定と散乱波の積分表現

図-1(a)のように境界 ∂D で囲まれた領域 V は、線形で均質の弾性体であると仮定し、これを弾性体(A)と呼ぶことにする。弾性体(A)の弾性定数、密度は一定値、 C_{ijkl}^* , ρ^* で与えられ、その変位、応力、物体力をそれぞれ u_i^* , σ_{ij}^* , b_i^* とする。一方、図-1(b)に示す様に(a)と同様の領域 V を占める弾性体(B)を考える。弾性体(B)は境界 ∂D で囲まれたある有限な領域 V_1 を除いた領域 V_2 において、弾性定数 C_{ijkl}^* , 密度 ρ^* をもつ均質弾性体とするが、領域 V_1 は V_2 の領域の物質と異なる均質の弾性体で、その弾性定数、密度はそれぞれ、 C_{ijkl} , ρ で与えられるものとする。また、弾性体(B)における変位、応力、物体力をそれぞれ u_i , σ_{ij} , b_i とする。弾性体(A)では、変換子1より波を入力し、変換子2より波を出力する。逆に弾性体(B)では、変換子2より波を入力し変換子1より波を出力することにする。

今、変換子 α が接着面に対して、垂直成分 f_α が検出しないとして、FLAWによる散乱波は次の様に表現できる¹⁾

$$2S^{\alpha} \int_{\partial D} \alpha f_i^{\alpha} t_i^{\alpha} dS = \int_{V_1} u_i^* \overline{C_{ijkl}^*} u_{kl}^* dV - \int_{V_1} u_i^* \overline{\rho^*} \omega^2 u_i^* dV \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 S^{α} は散乱波のフーリエ振幅、 α は定数、 f_i^{α} は変換子1における表面の法線ベクトルであり、 $\overline{C_{ijkl}^*} = C_{ijkl}^* - C_{ijkl}$, $\overline{\rho^*} = \rho^* - \rho$ とする。ここで次の2つの近似を導入する。

- ・FLAW体積 V_1 内での全変位 u_i を入射波の変位 u_i^* に等しいと近似する。(Born近似)
- ・FLAWの中心から、 λ 出力用変換子までの距離はFLAWの大きさに比べ大きい。(far-field近似)

そこで、上の2つの近似を使い、座標軸を図-2のようにとすると、式(1)は次の様になる。

$$2S^{\alpha} \int_{\partial D} \alpha f_i^{\alpha} t_i^{\alpha} dS = C \cdot f(\lambda, \mu, \theta) \cdot \int_{\partial D} e^{-i k_0 (x_1 + x_2)} \cdot x_i^{\alpha} dS \quad \dots\dots (2)$$

$$F.E.L., \quad C = -\frac{\omega^2 k_0^2 \rho}{(4\pi \rho^* \omega^2)^2} \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 (1 + \eta)}} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i k_0 (x_1 + x_2)}, \quad f(\lambda, \mu, \theta) = \frac{(\lambda - \lambda')^2 + (\mu - \mu')^2 \cos^2 \theta}{\lambda^2 + 2\mu^2} \cdot \frac{\rho^*}{\rho} - \cos \theta$$

k_0 は ρ 波の波数、 η , x_1 , x_2 はFLAWから変換子1, 2までの距離、 λ , λ' は変換子1

, 2 の位置, $\hat{x}_1, \hat{x}_2$ は x_1, x_2 の単位ベクトル, λ, μ は Lamé 定数である。

3. 実験, 及び解析方法

半径 7.5 cm, 高さ 15 cm の円柱形モルタルを解析モデルに対応した。モデル供試体とし, 弾性体(A)としては, すべて均質はモルタルから成る供試体(A), 弾性体(B)として中心に半径 0.65 cm, 及び 1.3 cm の穴を繰り抜きその中に石こうをつめたものとした。AE 計測装置を用いて, 波の入, 出力実験を行ない, さらに波形をフーリエ変換することにより FLAW による散乱波のフーリエ振幅を得た。散乱波は式(2)のように表わされているが, 式(2)の右辺の積分項が θ によらずほぼ一定であるとする, 異なる 2 点 θ_1, θ_2 で得られた散乱波 $S_{\theta_1}^f, S_{\theta_2}^f$ の比は, 次の様に表示される。

$$S_{\theta_1}^f / S_{\theta_2}^f = f(\lambda, \mu, \theta_1) / f(\lambda, \mu, \theta_2) \quad \dots\dots (3)$$

これにより, FLAW の Lamé 定数 λ, μ は, 少なくとも異なる 3 点で実験を行ない, 式(3)で表わされる方程式を 2 組つくれば連立 2 元一次方程式の解として求まる。

4. 結果

実験結果は, 横軸に周波数(HZ), 縦軸に λ, μ (kg/cm²) をとり, 図-3 のように表わした。ある周波数で突飛した値はごていもの, だいたい一定値をとり, その値は $\mu = 71000$ (kg/cm²), $\lambda = 54000$ (kg/cm²) である。あらかじめ予備実験で得られた Lamé 定数の真値は表-1 で示したとおりであり, 実験値は真値の約 2 倍となった。この原因を究明するために, 積分方程式を用い, 理論的に求められた散乱波をデータとして数値的に, 外部物質と FLAW の P 波速度比 (C_2/C_1) 及び, 密度比 (ρ/ρ_0), FLAW と検出点の距離と FLAW の半径の比 (a_2/a_1), 及び周波数を変動させて, Lamé 定数 μ と λ を求めた (図-4 参照, 破線は真値を示す)。これによると (C_2/C_1) の影響が非常に大きく精度に関与し, 正解が得られる範囲がごく狭い区間に限られるが, (a_2/a_1) 及び, 周波数の影響は見られず真値に近い数値を示した。この結果より far-field 近似は求められる Lamé 定数の精度にほとんど悪い影響を与えず妥当性があるが, Born 近似は求められる解の精度に大きな影響を与えることがわかった。実験用いたモルタルと石こうの P 波速度比は 1.44 であり, 図-4 をみると, 1.44 に対応する μ の値は真値の約 2 倍となり実験の値と一致する。

参考文献: 1) G.S.Kino; The application of reciprocity theory to scattering of acoustic waves by flaws, J. Appl. Phys, Vol. 49, No. 6, 1978.

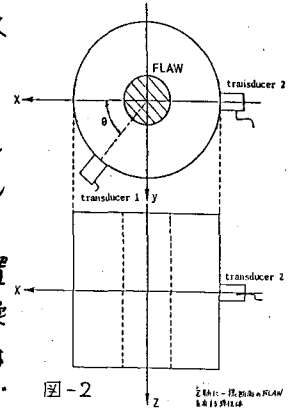


図-2

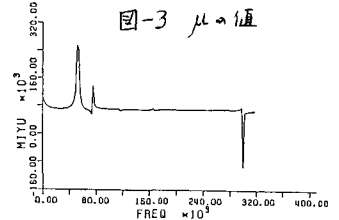


図-3 μ の値

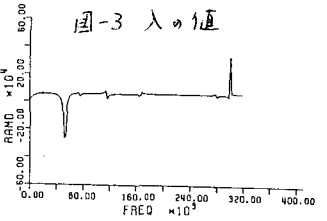


表-1 予備実験結果

	Mortar	Plaster
P-WAVE SPEED (m/s)	3740.6	2471.1
S-WAVE SPEED (m/s)	2180.5	1513.2
DENSITY (kg/cm ³)	2.060×10^{-3}	1.605×10^{-3}
Lamé CONSTANT (kg/cm ²)	λ	95990.0
	μ	99700.6
POISSON MODULUS	0.2426	0.2

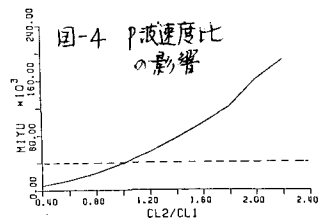


図-4 P波速度比の影響