

積分方程式による不整形地盤の三次元地震動解析に関する研究

京都大学工学部 正 員 丹羽義次
 京都大学工学部 正 員 廣瀬壮一
 京都大学工学部 〇 学生員 津風昌雅彦

1. はじめに

わが国は、有数の地震多発国であり、しかも近年は原子力発電所やLNGタンクなどの重要構造物が数多く建設され、それらの安全性が問われる中で地震時に対する地震応答解析が要請されている。本研究は、実際の地震応答の第一近似として地盤を等方、均質かつ線形な弾性体とみなして、Fig.1に示されるような凹形不整形地表面を有する3次元半無限地盤に、定常的な平面進行波が入射した場合の不整形面によって発生した散乱波の変位を波数領域における積分方程式によって解析したものである。

2. 積分方程式法による定式化

Fig.2に示される境界 $\partial S'$, $\partial P'$ における境界条件は、

$$\begin{aligned} t_k^i(x) = t_k^p(x) = t_k^s(x) &= 0 & x' \in \partial S' \cup \partial P' \\ t_k^p(x) &= 0 & x' \in \partial P' \end{aligned}$$

である。ここで、 $\mathbf{t}$ は全応力ベクトル、 $\mathbf{t}^p = \mathbf{t}^i + \mathbf{t}^r$ で $\mathbf{t}^i$ は各々入射波による応力、反射波による応力、 $\mathbf{t}^s$ は散乱波による応力を示している。この境界条件を考慮に入れて領域 D_0 における積分方程式を構成すると、

$$x \in D_0, \quad 0 = - \int_{\partial S} D_{ik}^*(x, x') t_k^i(x') ds_{x'} - \int_{\partial P} D_{ik}^*(x, x') u_k^s(x') ds_{x'} + \int_{\partial P'} D_{ik}^*(x, x') t_k^p(x') ds_{x'} \quad \text{--- (1)}$$

となり、 $\mathbf{u}$ は全変位、 $\mathbf{u}^s$ は散乱波の変位を表わす。

$$\text{また、} D_{ik}^*(x, x') = \prod_{j=1}^N L_{ij}^*(x, x')$$

$$= \lambda n^i(x) L_{ij}^*(x, x') + \mu n^i(x) \{ L_{ij}^*(x, x') + L_{ji}^*(x, x') \}$$

と表わされ、 λ, μ はLaméの定数、 $L_{ij}^*(x, x')$ は基本解である。今までの境界積分方程式法による解析では、(1)式

におけるfield point x を境界上へ極限移行して境界積分方程式を構成し、それを直接離散化して解を求めたが、本研究においては、(1)式に空間に関するフーリエ変換を作用させ、波数領域における積分方程式を構成し、それを離散化して解を求めることを試みる。

まず、平面波を次のように定義する。

$$y_{\alpha l}^{\pm}(z_1, z_2, z_3) = \frac{1}{4\pi} k_{\alpha l}^{\pm} \exp(i\gamma_{\alpha l}^{\pm} z_1), \quad \bar{y}_{\alpha l}^{\pm}(z_1, z_2, z_3) = \frac{1}{4\pi} k_{\alpha l}^{\pm} \exp(-i\gamma_{\alpha l}^{\pm} z_1) \quad \text{--- (2)}$$

ここで、 $k_{\alpha l}$ は変位ベクトル、 $\gamma_{\alpha l}$ は進行方向ベクトルであり、 $l=1, 2, 3$ によって各々P波、SH波SV波を示しており、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1^{\pm} &= \left(\frac{k_1^{\pm}}{r^{\pm}} \right)^{\frac{1}{2}} (z_1, z_2, \pm z_3), & \mathbf{r}_2^{\pm} &= \left(-\frac{z_2}{r^{\pm}}, \frac{z_1}{r^{\pm}}, 0 \right), & \mathbf{r}_3^{\pm} &= \left(z_1, \frac{z_3}{r^{\pm}}, z_2, \frac{z_3}{r^{\pm}}, \mp r^{\pm} \right) \\ \eta_1^{\pm} &= k^{\pm} (z_1, z_2, \pm z_3), & \eta_2^{\pm} &= \eta_3^{\pm} = k^{\pm} (z_1, z_2, \pm z_3) \end{aligned}$$

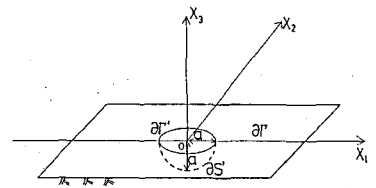


Fig.1 凹形不整形地表面

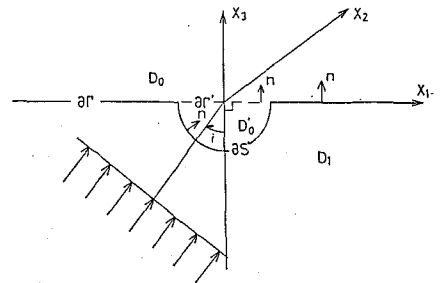


Fig.2 凹形不整形地盤

ただし、 $\beta_3 = \sqrt{1 - \beta_1^2 - \beta_2^2}$, $P = (\beta_1^2 + \beta_2^2)^{1/2}$, k^T : 横波の波数, k^L : 縦波の波数
 次に、散乱波による変位 u_k^s を、あらゆる方向に散乱する振幅 $d_m(x_1, x_2)$ を持つ平面波の重ね
 合せで表わされるとし、次のように仮定する。

$$u_k^s(x) = \iint_{-\infty}^{\infty} d_m(x_1, x_2) \varphi_{mk}^-(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \quad \dots (3)$$

また、基本解についても、平面波の重ね合せとして次のように表わされる。

$$L_k^s(x, x') = \frac{2ik^T}{\mu} \iint_{-\infty}^{\infty} \varphi_{lk}^+(z_1, z_2; x) \bar{\varphi}_{lk}(z_1, z_2; x') \frac{d\beta_1 d\beta_2}{\beta_3} \quad \dots (4)$$

式(4)式を(1)式に代入し、 x_1, x_2 に関してフーリエ変換を作用させると次式を得ること
 ができる。

$$\begin{aligned} & d_m \left(\frac{k^L}{k^T} \beta_1, \frac{k^L}{k^T} \beta_2 \right) \left(-\frac{i}{(4\pi)^2} \left(\frac{2\pi}{k^T} \right)^2 \right) C_{l2k3}^+(z_1, z_2) \varphi_{mk}^-(\frac{k^L}{k^T} \beta_1, \frac{k^L}{k^T} \beta_2) \\ & + \iint_{-\infty}^{\infty} d_m(x_1, x_2) \left[-\iint_{\partial P'} \bar{\varphi}_{lj}^+(z_1, z_2; x) \varphi_{mk}^-(x_1, x_2; x') dS_x + \iint_{\partial S'} \bar{\varphi}_{lj}^+(z_1, z_2; x') \varphi_{mk}^-(x_1, x_2; x) dS_x \right] dx_1 dx_2 \\ & = - \iint_{\partial S'} \bar{\varphi}_{lj}^+(z_1, z_2; x) u_k^p(x) dS_x + \iint_{\partial P'} \bar{\varphi}_{lj}^+(z_1, z_2; x') u_k^p(x') dS_{x'} \quad \dots (5) \end{aligned}$$

ここで、 $C_{l2k3}^+ = \lambda \delta_{lj} \delta_{kp} \eta_{lp}^+ + \mu (\delta_{lk} \eta_{l3}^+ + \delta_{l3} \eta_{lk}^+)$

(5)式を離散化することによ、て連立一次方程式を得ることができ、それを解いて得られる
 $d_m(x_1, x_2)$ を(3)式に代入することによ、て z 点における散乱波の変位 $u_k^s(x)$ を求めることがで
 きる。

3. 解析例

ここでは、上記の方法により行、たいいくつかの解析例を示す。本解析では、一般的な凹形
 不整形地盤を半球形とし、半無限地表面上の変位のみを計算し、不整形球面上の変位は求
 めていない。また、各国において縦軸を変位とする。Fig.3,4は入射波をSH波とし、横波の
 波数 k^T を各々 $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{5}$ とした x_2 方向の変位であり、Fig.5は入射波をP波とし、 $k^T = \frac{\pi}{3}$ とした x_1
 方向の変位である。いずれも入射角 $\theta = 0^\circ$ の場合である。Fig.3,4より、波数を小さくす
 ることによって変位は小さくなり、不整形半球
 の影響が小さくなることが確認できる。また、
 Fig.5は、 x_3 方向の変位であり、 x_3 軸を対称軸と
 して軸対称な変位が求められている。その他の
 例については当日発表する予定である。

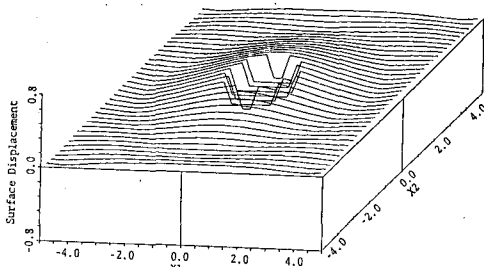


Fig. 5 入射P波に対する散乱波変位($k^T = \frac{\pi}{3}$)

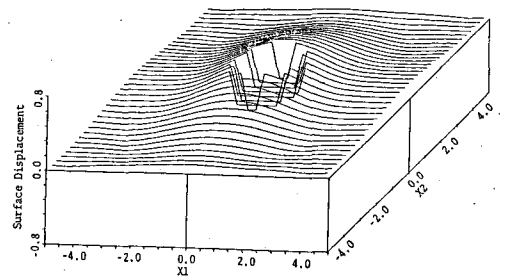


Fig. 3 入射SH波に対する散乱波変位($k^T = \frac{\pi}{5}$)

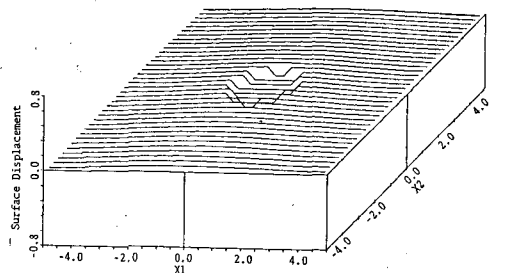


Fig. 4 入射SH波に対する散乱波変位($k^T = \frac{\pi}{5}$)

1) Varatharajulu, V. and Y.H.Pao; Scattering Matrix for Elastic Waves. I.Theory, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 60, No. 3, pp. 556-561, 1976.