

有限要素法による斜面上の波の碎波変形と内部特性の計算

熊本大学工学部 正員 竜川 清 京都大学工学部 正員 岩垣 雄一 学員 中川 直博

1. まえがき 波の碎波変形過程は複雑な非線形現象であり、このため、その内部機構の解明に関しては、これまで岩垣¹⁾の研究および安田²⁾の K-dV 方程式の数値解析による一連の研究があるにすぎないようである。本報告は、一様勾配の斜面上を遡上し碎波する波の内部機構について、L.D.V. 流速計による内部水粒子速度の測定と、有限要素法³⁾による数値計算を行い、水粒子速度場、加速度場などの時間空間的な変化について検討したものである。

2. 有限要素法による波動の計算手法 図-1 に示す二次元領域内での波動の基礎式・境界条件は以下のように表現できる。ただし、 $\phi(x, z, t)$ は速度ポテンシャルである。

$$\text{解析領域 } V(t) \text{ 内} : \nabla^2 \phi = 0 \cdots (2.1)$$

$$\text{自由表面 } S_1 \text{ 上} : \frac{\partial \phi}{\partial t} + \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} / 2 + g\eta = 0 \cdots (2.2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \eta \frac{\partial \eta}{\partial t} \cdots (2.3)$$

$$\text{不透過な境界 } S_2 : \frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \cdots (2.4)$$

$$\text{左右の解析境界 } S_3 : \frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial n} \quad (\bar{\phi} \text{ は } V(t) \text{ 外 の速度ポテンシャル}) \cdots (2.5)$$

以上の支配方程式に対して、ある時刻 t について次のような汎関数 $\chi(\eta)$ を考える。

$$\chi(\eta) = \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} dV + \frac{g}{2} \left(\eta^2 ds + \int_{S_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \eta ds - \int_{S_3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \phi ds - \int_{S_3} \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right) \phi ds \cdots (2.6)$$

この式を独立変量 η, η' について、オイラーの第 1 変分をとると、 $\cdots (2.7)$

$$\delta \chi = - \left\{ \int_V \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \phi dV + \int_{S_2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \eta \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \phi ds + \int_{S_3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right) \phi ds + \int_{S_3} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right)^2 + g\eta \right) \delta \eta ds \right.$$

が得られ、これを停留(極値化)する条件として支配方程式群が全て同時に得られることがわかる。そこで、解析手順は次のようになる。

1) 解析領域を有限の要素に分割し、汎関数を各要素の節点値で表現し、離散化を行う。

2) 離散化された汎関数を独立変量 η, η' で変分し、得られる連立方程式群を左右の仮想境界を考慮して解く。3) 時間方向については、差分法を適用して計算を進める。

3. 実験方法 実験は、長さ 33 m、幅 50 cm、高さ 70 cm の水槽で行い、

斜面最上端から岸側は一様水深で、波の逆流を防いだ。実験諸元は表-1 の通りである。各ケースで、斜面上で碎波点近傍まで L.D.V. 流速計により水平鉛直水粒子速度を、10 ~ 15 cm の間隔の断面で鉛直方向

	i	T(sec)	h _i (cm)	H ₀ /L ₀
Case 1	1/30	1.0	40.0	0.0617
Case 2	1/30	1.5	40.0	0.0293
Case 3	1/30	2.5	40.0	0.0079
Case 4	1/20	1.0	35.0	0.0735
Case 5	1/20	1.5	35.0	0.0272
Case 6	1/20	2.5	35.0	0.0083

表-1

に 2 ~ 3 cm 間隔で、約 50 ~ 60 点づつ測定した。

4. 計算結果と実験結果の考察 図-2(a)(b)は、計算精度の検討のため、実験結果の碎波点近傍での表面波形と、波の峯と谷の位相での水平水粒子速度の鉛直分布との比較である。ともに、碎波過程の波動場を精度よく計算していると判断できる。また、碎波点近傍の流速ベクトルの空間分布の実験と計算の結果も、よく一致している。崩れ波の表面波形は比較的前後上下とも対称で、巻き波では波形の上下左右の非対称性が顕著で、波の尖鋭化とともに前傾度が著しい。速度場の特性は、崩れ波では波の峯を中心に対称性を示し、鉛直方向

Kiyoshi TAKIKAWA, Yuichi IWAGAKI, Masahiro NAKAGAWA

にも正弦波的な分布形を保ち、表面波形とよく対応している。これは崩れ波では、微小振幅波・定形波理論の適用の可能性を示す。また、巻き波になるに従い、速度場は波の峰を中心に表面波形に対応して分布し、前傾度が大きいほど波の前面での変化が大となる。加速度場の特性は、全体的には速度場と同様な空間的な波形と対応し、波の峰を中心として水平加速度の流れが前後に分かれ、表面波の峰と谷の場所(位相)で向きが変わる。さらに、流速変化の大きい波の前面に大きい加速度が働き、崩れ波から巻き波になるほど大きい加速度がその前面に集中する。また、エネルギーフラックスについても、流速分布と同様の傾向があり、崩れ波では水表面での量が水底より大であり、巻き波では水面まで比較的一様に分布し、水深に対し大きいエネルギーが運ばれる傾向がある。また、全波のエネルギーは波の峰に高いエネルギーを有しており、崩れ波から巻き波になるにつれ、波の前面へのエネルギー集中度が高くなることを意味する。図-3(a)(b)は、1波長を単位として、崩れ波と巻き波の碎波時の運動エネルギーの分布を示したものである。波長は、計算結果から波の峰の間の距離とし、ある波の峰での波長は、峰の前後の波長の平均として定義した。従って、この場合、斜面は実際より $1/(L/L_0)$ 倍急になり、同一波形勾配の波が勾配のより急な斜面に入射すると、その波長変化 (L/L_0) が短い距離であらわれ、その点の1波に対してはより急な勾配になると考えられる。従って、波の変形碎波に及ぼす斜面勾配の影響は、波の1波単位に対する実効斜面勾配の変化としてあらわれるものと、解釈できる。

5.あとがき 実験結果との比較から、有限要素法による計算結果は、碎波変形過程での波動場を碎波点近傍まで精度よく解析できると判断できる。なお、詳細は、当日発表の予定である。

参考文献: 1) 岩垣雄一・酒井哲郎: "Stream Function Theoryによる斜面上の碎波の水粒子速度の表現について" 第21回海岸工学講演集 P.27~P.32

2) 安田孝志他: "K-dV方程式による斜面上の波の水粒子速度" 第27回海岸工学講演集, P.11~P.15, 1980

3) 滝川清, 田淵幹修: "有限要素法による波動解析について" 第25回海岸工学講演集, P.28~P.32, 1978

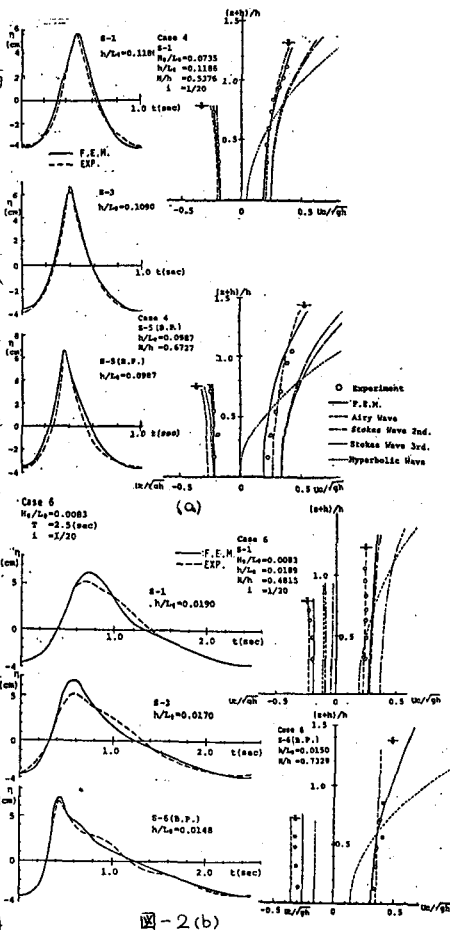
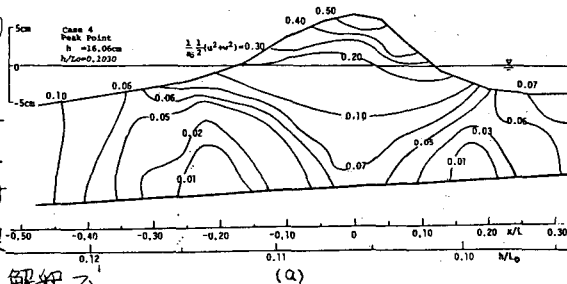


図-2(b)



(a)

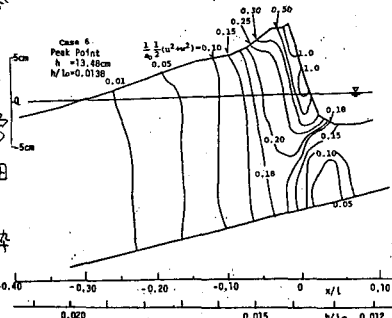


図-3(b)