

波と流れの共存場における境界層内水粒子速度について

京都大学工学部 正員 岩垣雄一・浅野敏之 飛鳥建設 正員の岡本 浩

しるべき 沿岸海域における海浜流の発生機構や底質移動機構の解明にあたっては、底面せん断力に関する知識は必要不可欠である。現実の沿岸海域においては、波浪に潮流や潮流が重って、波と流れの共存場が形成されているので、共存場の底面近傍の水粒子速度の特性を知る必要がある。本研究は上述の現象解明を目的として、共存場における乱流境界層の基礎方程式を、境界層厚を未定境界値とする境界値問題としてとらえ、不変埋め込み法を用いて解いた。またレーザードップラー流速計を用いて、底面近傍の水粒子速度を実測し、理論値との比較・検討を行った。

2. 未定境界値問題としての乱流境界層方程式の解法 波と流れの1次のオーダーの境界層方程式は、 u と v をそれぞれ波と流れの流速成分とし、添字 φ は境界層外の諸量を表わすものとするれば、 $\frac{\partial(u\varphi - U)}{\partial z} + U\varphi \frac{\partial u}{\partial z} - U \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (z > \delta) \dots\dots (1)$, $\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial z} \quad (z < \delta) \dots\dots (2)$

で示され、 $\varphi = 1$ と仮定すれば(2)式は次式のようにになる。

$$\frac{\partial(u\varphi - U)}{\partial z} + U\varphi \frac{\partial u}{\partial z} - U \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} (K u_{cw}^* z \frac{\partial u}{\partial z}) \dots\dots (3) \quad \text{ただし、}\delta\text{は共存場の境界層厚、}$$

$$u_{cw}^* \text{は共存場の摩擦速度である。}$$

いま境界層内の波動成分 u を、 $u = A(z) \cos(kx - \sigma t) + B(z) \sin(kx - \sigma t) \dots\dots (4)$ と表わし、(3)式に代入すれば、 $\begin{cases} (\sigma - kU\varphi) \hat{u}_\varphi - (\sigma - kU)A + K u_{cw}^* B' + K u_{cw}^* z B'' = 0 \dots\dots (5) \\ (\sigma - kU)B + K u_{cw}^* A' + K u_{cw}^* z A'' = 0 \dots\dots (6) \end{cases}$ が得られる。

$$\text{ただし、}\hat{u}_\varphi = a(\sigma - kU) \frac{\cosh k\delta}{\sinh kh}, \quad U\varphi = \frac{\bar{U}}{\ln(h/z_0) - 1} \ln(\delta/z_0) \dots\dots (7) \quad \text{ただし、}h\text{; 水深}$$

$$z_0\text{; 粗度高さ}$$

いま $\vec{z} = \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix}$, $\vec{\eta} = \begin{pmatrix} A' \\ B' \end{pmatrix}$ とおいて、(5)、(6)式を整理すると、

$$\frac{d\vec{z}}{dz} = \vec{\eta} \quad \text{かつ} \quad \frac{d\vec{\eta}}{dz} = D\vec{\eta} + E\vec{z} + F \dots\dots (8) \quad \text{ただし} \quad D = \begin{pmatrix} -\frac{1}{z}, & 0 \\ 0, & -\frac{1}{z} \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 0, & -\frac{\sigma - kU}{K u_{cw}^* z} \\ \frac{\sigma - kU}{K u_{cw}^* z}, & 0 \end{pmatrix}, F = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\sigma - kU\varphi}{K u_{cw}^* z} \hat{u}_\varphi \end{pmatrix}$$

この境界条件は、 $z = z_0$ で $u = 0$, $z = \delta$ で $u = u_\varphi$ かつ $\frac{\partial u}{\partial z} = 0$ とする。

$$(8) \text{式の不変埋め込み方程式は} \frac{\partial \vec{z}}{\partial z} + \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial \eta} (D\vec{\eta} + E\vec{z} + F) = \vec{\eta} \dots\dots (9) \quad \text{となる。これは変換式}$$

$\vec{z}(z, \vec{\eta}) = G(z)\vec{\eta} + H(z) \dots\dots (10)$ を用いて変換すると

$$\left. \begin{aligned} G' + G D + G E G = I \\ H' + G E H + G F = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (11) \quad \text{および} \quad \left. \begin{aligned} G(z_0) = 0 \\ H(z_0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

となり初期値問題に変換される。

$G(z), H(z)$ が計算されると、(10)式より $\vec{\eta}(\delta) = G^{-1}(\delta) \{ \vec{z}(\delta) - H(\delta) \} = 0 \dots\dots (13)$ となる δ を求めればよい。このように未定境界値 δ が求まり、そこでの境界条件は与えられているから、 $z = \delta$ から $z = z_0$ まで与方程式を逆算すれば解は求まる。ただし共存場の摩擦速度 u_{cw}^* は $u_{cw}^* = (K|U|)/(\ln(h/z_0) - 1) + K z_0 (\partial u / \partial z)_{z=z_0} \dots\dots (14)$ であるため $\vec{\eta}(0)$ が u_{cw}^* の算出に必要である。

したがって計算は u_{cw}^* について $|u_{cw}^{*(n)} - u_{cw}^{*(n-1)}| < \varepsilon$ (ε は微小量) となるまでくり返し計算を行う必要がある。図-1は順流と逆流の場合についてのこの理論による計算結果であり、図中には Grant-Madsen の理論による結果も比較のために示した。

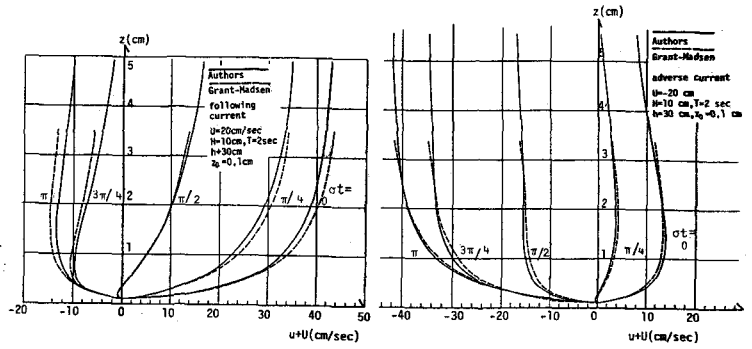


図-1 流速分布の理論値

3.実験装置と実験方法 実験は高さ70cm、幅50cm、長さ27mの循環流発生装置付きの造波水槽で行った。水槽の中央部にレーザードップラー流速計を設置して水平方向水粒子速度を測定した。水槽底面に2mm角の亚克力材を15mmおきに張りつけ、粗度とした。実験条件を表-1に示す。

	Mean vel. U (cm/sec)	Wave height H (cm)	Wave Period T (sec)	Water depth h (cm)
CASE-I		8.82		
Wave only				
Current only	-19.98		1.67	30
Co-existing	-17.37	7.74		
CASE-II		7.99		
Wave only				
Current only	-30.31		1.67	30
Co-existing	-25.87	7.49		
CASE-III		8.22		
Wave only				
Current only	-41.56		1.67	30
Co-existing	-36.67	6.30		

表-1 実験条件

4.結果ならびに考察 図-2は流れのみと共存場の平均流成分の流速分布を示したものである。波が重なりと平均流成分に対する底面摩擦応力が流れのみの場合より大きくなるため、流速が小さくなる。

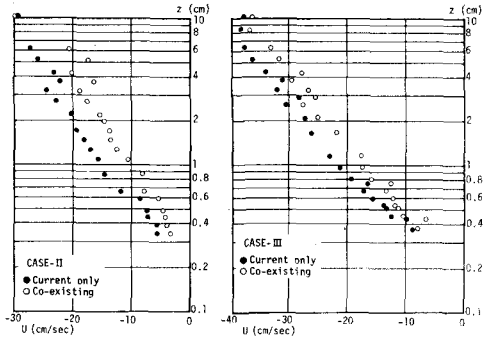


図-2 平均流速の実測値

5.実験結果と理論値の比較 図-3はCASE-IIIの共存場での実測結果と、著者らおよびGrant-Madsenの理論による計算結果を比較・検討したものである。両者の理論では摩擦速度 u_{cw}^* を一定であると仮定したため、合速度が小さくなる位相では一致が悪くなる。また z が5mm以下では実験値と理論値は離れるが、これはこの領域が層流底層にはいり、対数則が成立しないためと思われる。著者らの理論は共存場における実験値を必ずしも十分に表現しうるものではないが、著者らの理論はGrant-Madsenの理論に比べて、ポテンシャル解と接続できること、境界層厚の定義が波動場の場合の知見を用いず無理がないこと、計算時間がかなり短いなどの利点を持つことが特徴として挙げられる。

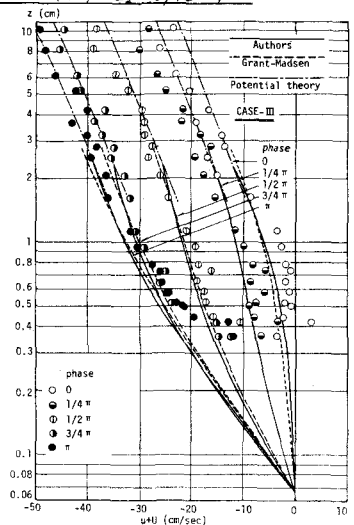


図-3 流速分布に関する理論値と実験値の比較(共存場)

最後に、この研究は文部省科学研究費一般研究Aによる研究の一部であることを付記する。