

## 地下密度流における分散現象の数値解析

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗      京都大学工学部 正 員 綾 史郎  
大阪ガス 正 員 西川 秀昭      京都大学大学院 学生員 大西 亘

## 1. はじめに

本報は、海岸付近の浸透層における密度流現象、とくに塩水くさびの浸入問題を取り扱っている数値解析モデルの構成を目的としたもので、その第一歩として被圧浸透層において淡塩水の混合を考慮した2次元モデルを考え、Lagrange的な解析法と有限要素法を組み合わせ、数値シミュレーションを実施し、モデルの妥当性を検討しようとしたものである。

## 2. 基礎方程式

地下密度流の基礎方程式として以下の諸式を用いるものとする。

$$\text{連続式} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad u = -\frac{k}{\rho_f g} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2) \quad w = -\frac{k}{\rho_f g} \left( \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g \right) \quad (3)$$

$$\text{移流分散方程式} \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{cu}{\lambda} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{cw}{\lambda} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( D_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad (4)$$

$$\text{状態方程式} \quad \rho - \rho_f = (\rho_s - \rho_f) c / C_s \quad (5)$$

ここに  $u, w$ :  $x, z$  方向の Darcy 流速,  $p$ : 間隙水圧,  $k$ : 透水係数,  $\lambda$ : 間隙率  
 $\rho_f$ : 淡水密度,  $\rho_s$ : 塩水密度,  $C_s$ : 塩分濃度,  $D_x, D_z$ : 分散係数である。

ただし(1)式については流体の非圧縮性を仮定しており、(3)式については密度が一定の場合、Darcy 則に帰着すべきことを考慮し、流れ場における密度効果を本式で表現するものとした。また(4)式における分散係数  $D$  については  $D_x = \alpha d_{50} u^{1.0}$ ,  $D_z = \alpha d_{50} w^{1.0}$  とする。ここに  $d_{50}$ : 50% 粒径である。

## 3. 基礎方程式の離散化および数値計算法

解析のフローチャートは図-1 に示す通りである。図-1 において圧力、流速分布については有限要素法を用いて計算し、得られた速度分布を用いて相対塩分濃度 100% の粒子の運動を追跡する Lagrange 的な解析法を用いて濃度を算定する。具体的には、まず(2)、(3)式を(1)式に代入して得る微分方程式を領域を三角形要素で分割し FEM で離散化すると次式(6)で示されるマトリクス表示を得る。

$$\bar{A} \cdot \bar{P} = \bar{b} \quad (6)$$

ここに  $\bar{P} = (\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_3)^T$

$$\bar{b} = \left( -\frac{\rho_f g}{2} \frac{\partial \phi_1}{\partial z}, -\frac{\rho_f g}{2} \frac{\partial \phi_2}{\partial z}, -\frac{\rho_f g}{2} \frac{\partial \phi_3}{\partial z} \right)^T$$

$$\bar{A}_{ij} = \frac{1}{4S} \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \phi_j}{\partial z} \right) \quad (i, j = 1, 2, 3), \quad S: \text{三角形の面積であり, } \bar{\cdot} \text{ は}$$

局所系であることを示す。また  $\phi_i$  は内挿関数である。(6) 式を重ね合わせて全体マトリクス

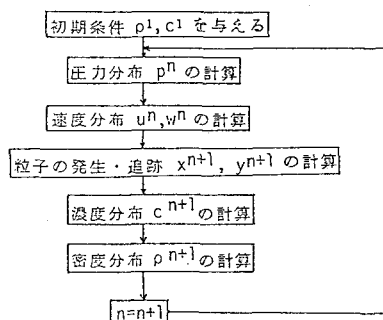


図-1 解析のフローチャート

を作り、 $P$ に関する連立一次方程式を解き、(2)、(3)式によりDarcy流速 $u$ 、 $w$ を求める。次に、それを用いて次式(7)、(8)により粒子を移動させて流体の密度を算定する。

$$X_i^{n+1} = X_i^n + \bar{u}_i^n \Delta t + \sqrt{2D_x \Delta t} R_{x_i}^n \quad (7) \quad Z_i^{n+1} = Z_i^n + \bar{w}_i^n \Delta t + \sqrt{2D_z \Delta t} R_{z_i}^n \quad (8)$$

ここに  $\bar{u}_i^n, \bar{w}_i^n$ : 時刻 $n\Delta t$ に $i$ 粒子が有する速度、 $D_x, D_z$ : 分散係数、 $R_x, R_z$ : 平均値0、分散1の正規乱数 である。

#### 4. 数値計算の結果および考察

計算にあたっては図-2のような被圧浸透層を考え、境界条件は図に示す通りである。また両端水位は淡水位 $h_f = 63.0$ (cm)、塩水位 $h_s = 60.5$ (cm)、塩水密度 $\rho_s = 1.03$ (g/cm<sup>3</sup>)、透水係数 $k = 0.75$ (cm/s)、 $\alpha = 0.1$ 、 $d_{50} = 0.109$ (cm)として計算を行った。

流速ベクトルおよび塩分濃度分布の経時変化を

図-3(a),(b),(c)に示す。くさびの浸入速度は初期においては大きいが、時間の経過とともに浸入速度は緩やかになり、それにつれて浸透流速も遅くなっていることがわかる。これは初期状態における圧力の不均衡がくさびの浸入とともに減少していくためと考えられる。また淡塩水の混合領域において、上昇流が顕著に認められる。これは淡水と混合し密度の小くなった塩水が軽くなり浮上するという密度効果によるものと思われる。シミュレーション結果は必ずしも定常状態には達していないが、(c)より浸入した塩水は静止した状態にはならず、くさびの浸入は止まるが塩水の緩やかな流入は続き、塩水の循環流を形成する動的な平衡状態になるものと推察される。次に淡水位 $h_f$ のみを変えてほぼ定常状態に至ったと思われる時点の塩分濃度50%のラインとRumer-Harlemanの解析解<sup>(1)</sup>とを比較したものが図-4である。淡水位が小さく淡水流量の少ない方が解析解に近い

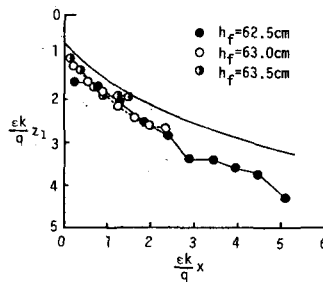


図-4 くさび形状

いようである。なおくさび形状は無次元化して示してある。

以上のように塩水の浸入状況は流速ベクトル図に示される速度分布のパターンとよい対応を示しており、塩水浸入問題を扱うには速度場の把握が重要となるものと思われる。

参考文献 (1) R.R.Rumer, D.R.F.Harleman; Intruded Salt-Water Wedge in Porous Media, Proc. of ASCE..Vol.89 No.HY6, PP193-210, Nov. (1963)

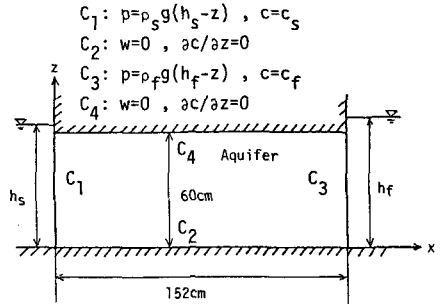


図-2 計算モデルおよび境界条件

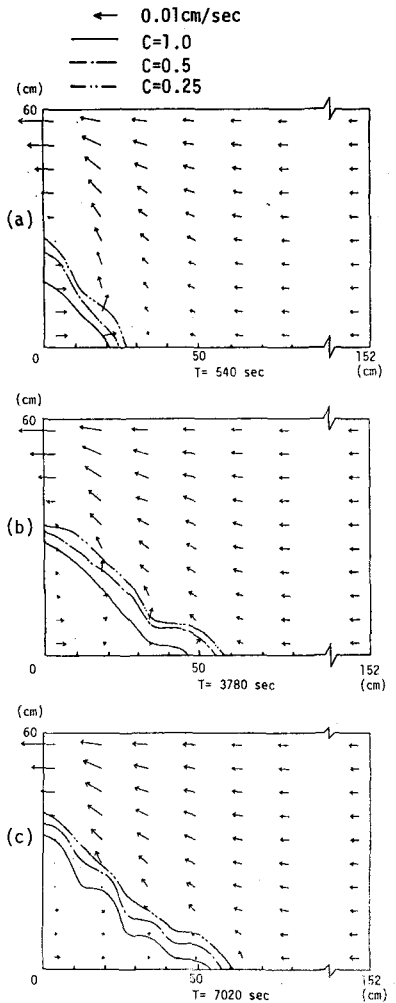


図-3 流速分布および濃度分布