

揺動する粗度の抵抗則に関する考察

大阪大学工学部 正 員 室田 明
 大阪大学工学部 正 員 福原 輝幸
 大阪大学工学部○学生員 村越 一也

1. はじめに 自然河川の水底に繁茂する藻類が、河川の流水抵抗にいかなる影響を及ぼしているかは、河川工学上興味ある問題である。従来より固定型の粗度要素を対象とした抵抗則についての研究は多くなされてきており、足立ら¹⁾の研究が著名である。これらの粗度の抵抗は一般に粗度間隔、粗度高さによって支配されており、種々のタイプの粗度に対してそれぞれ抵抗式が提案されている。一方、水草のような柔軟性のある粗度についての抵抗則の研究はきわめて少ない。本論文では水草を模した粗度を用い、実験の抵抗則とすべり速度を用いた抵抗の半理論式との比較検討を試み、柔軟な粗度の抵抗がいかなるパラメータによって支配されるかを明らかにする。

2. 実験方法と結果 今回の実験では、絹糸を用いた。植生の概要を 図-1 に示す。密生度が異なる粗度に対して実験的に Darcy-Weisbach の抵抗係数 f とレイノルズ数 $Re (= R U_m / \nu, R$: 径深, U_m : 断面平均流速) の関係求めたのが 図-2 である。実験に使用した粗度の配置、および密生度 C の定義方法については、参考文献 2) を参照されたい。

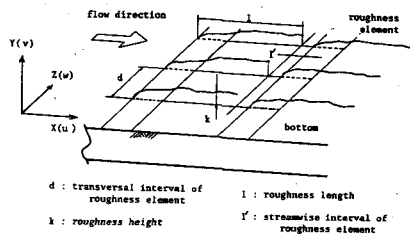


図-1 粗度の概要

3. 半理論式 粗度上の流れの流速分布に対しては、すべり速度 U_k ($Y=k$ での流速, k : 粗度高さ) と排除高さ δ_d を用いることで次式の対数則が成立する。

$$U/U_* = 1/k \cdot \ln(Y_n - \delta_d) / (k_n - \delta_d) + U_k/U_* \quad (1)$$

ここに Y_n : 水路床からの距離, k_n : 水路床からの粗度高さ。なお δ_d に関しては参考文献 3) を参照されたい。そこで $Y_n - \delta_d = Y$, $k_n - \delta_d = k$ と定義すると (1) 式は $U/U_* = 1/k \cdot \ln Y/k + U_k/U_*$ (2) となる。

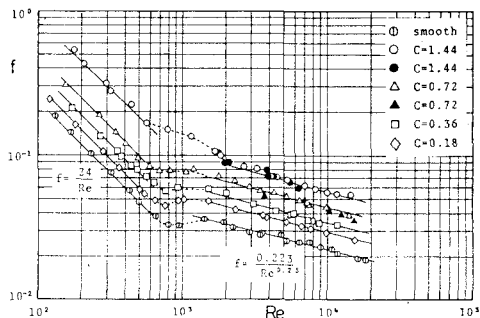


図-2 f と Re の関係

抵抗則を求めるために、粗度内部の流速分布のモデルを、(i) 直線分布モデル、(ii) バキ乗分布モデルの2種類を仮定し、それぞれに対して抵抗則を導く。

$$(i) \quad U_1/U_* = 1/k \cdot \ln Y/k + U_k/U_* \quad (k \leq Y \leq h) \quad h: \text{水深} \quad (3)$$

$$U_2/U_* = U_k/U_* \cdot (Y/k) \quad (0 < Y < k) \quad (4)$$

$$(ii) \quad U_1/U_* = 1/k \cdot \ln Y/k + U_k/U_* \quad (k < Y < h) \quad (5)$$

$$U_2/U_* = A \cdot (Y/k)^n \quad (0 < Y < k) \quad A, n: \text{定数} \quad (6)$$

まず直線分布モデルについて (3), (4) 式を $0 \sim k$, $k \sim h$ まで積分し、 $U_k/U_* = C$, $k/h = \alpha$

と定義して整理すると次式になる。

$$U_m/U_* = 1/K \cdot \ln \hat{r}^{-1} + 1/K \cdot (\hat{r} - 1) + C' \cdot (1 - \hat{r}/2) \quad (7)$$

一方、すべり速度は粗度レイノルズ数 $Re_k (= U_* k / \nu)$ と密接に関連しており、両者の間には次式の関係が成立する。(図-3 参照)

$$U_k/U_* = a \cdot Re_k^b \quad (a, b \text{ は実験定数}) \quad (8)$$

(7)式に(8)式を代入し、さらに Darcy-Weisbach の抵抗係数 $f = 8 \cdot (U_* / U_m)^2$ を用いて整理すると抵抗則が求まる。

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{K} \cdot \ln \hat{r}^{-1} + a(Re \cdot \sqrt{\frac{8}{f}} \cdot \hat{r})^b \cdot (1 - \frac{\hat{r}}{2}) + \frac{1}{K} (\hat{r} - 1) \quad (9)$$

次に、(4)のベキ乗モデルを、境界条件 ($Y=k: U=U_k$, $dU/dy = dU_z/dy$) を満たすように定数 n, A を決定し、同様に f Darcy-Weisbach の抵抗係数 f を用いて整理すると次式に示すような抵抗則が得られる。

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{1}{K} \cdot \ln \hat{r}^{-1} + \frac{1}{K} (1 - \hat{r})(KC' - 1) + \frac{KC'^2}{KC' + 1} \hat{r} \quad (10)$$

ここに $\hat{r} = k/h$, $C' = U_k/U_* = a(Re \cdot \sqrt{8/f} \cdot \hat{r})^b$

そこで、(9),(10)式中の係数 a, b に対し、実験的に得られた値 (密生度 $C=1.44: a=2.75, b=0.27$, $C=0.72: a=3.74, b=0.25$) を代入し、実験範囲内の代表的な相対粗度 $\hat{r}=0.15$ ($h \approx 2.0 \text{ cm}$ に相当), $\hat{r}=0.10$ ($h \approx 3.0 \text{ cm}$), $\hat{r}=0.07$ ($h \approx 4.3 \text{ cm}$) を代入し、計算された抵抗則と実験値を比較したのが、図-4 (直線分布モデル)、図-5 (ベキ乗分布モデル) である。

3. 考察 図-4, 図-5 を比較すると、ベキ乗分布モデルの計算値は若干低い値を示しているが、実験値とよく一致している。また3種の相対粗度を用いて計算しても、低レイノルズ数側で若干の差異が生じるだけで、高レイノルズ数になるとほとんど差異がみられない。以上より、柔軟な粗度の抵抗係数 f に及ぼす要因は、レイノルズ数、相対粗度といった流れの外部パラメータに加えて、(9)式中の係数 a に代表される密生度、および係数 b に代表される粗度の物理学的特性や幾何学的形状といった水生植物特有のパラメータに規定されることが知れる。

4. むすび (9),(10)式は、水草が繁茂している水路において、 U_k の特性が求められるとその抵抗が計算できるので、水草が存在するような水路の設計には役立つと思われる。しかし水深に対する水草の高さの比が大きい場合には、水草内の流速分布や排除高さ δ_d の検討が必要となり、(9),(10)式は適用し難くなる。今後柔軟な粗度の重要な境界条件であるすべり速度の特性や、排除高さ δ_d と密生度の関係、揺動が抵抗に及ぼす影響について理論的、実験的に研究を重ねる必要がある。(参考文献) 1) 足立昭平: 人工粗度の実験的研究, 土木学会論文集 第104号附

2) 室田 福原 村越: 昭和57年 関西支部年講

3) 室田 福原: 第32回 年次学術講演会

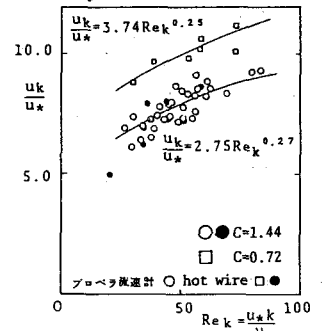


図-3 U_k/U_* と Re_k の関係

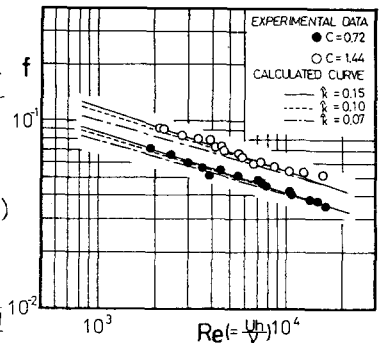


図-4 抵抗則(直線分布モデル)

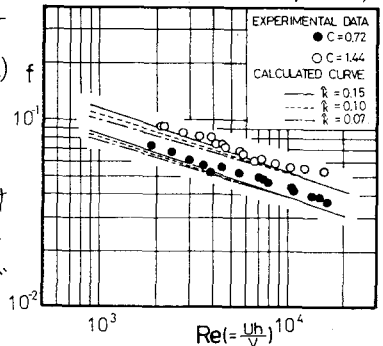


図-5 抵抗則(ベキ乗分布モデル)