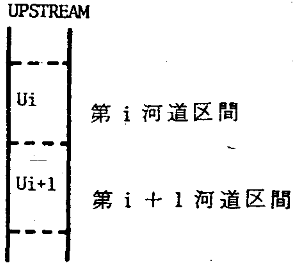
SUMTによる治水投資配分問題の解析

大阪大学工学部　正員　室田　明
近畿大学理工学部　正員　江藤　剛治
大阪大学大学院　学生員○小松　二郎

1．まえがき：治水投資配分問題の数値解法について検討した結果を示す。この問題を難かしくしているのは次の２点である。①越流・破堤の問題②貯留施設の治水機能の評価

前者について述べる。年想定被害額と各河道区間への投資額の関数関係は次のように表わされる。想定被害額をD，各河道区間への投資額を $\mathcal{X}=\{x_i\}$，$i=1,2,---,n$（n：河道区間数）とすると，　$D=D(\mathcal{X})$　―(1)．　たとえば x_i 以外の $\mathcal{X}$ の要素を固定するとき，Dは x_i の非線形関数となる。また越流を考えると，この関数は折れ曲がり点，破堤を考える場合は飛躍を伴う。このような関数の最小点を数理計画法を用いて求めることは困難である。単一河道（分・合流のない河道）においては、下流に向って疎通能が増大してはならないことを意味する「疎通能定理」を用いることによりこの問題を回避することができる。

2．定式化：次のような定義と仮定を用いる。a)河道を n 区間に分割する。b)第 i 番目の河道区間を第 i 河道区間と名づける（図－1）。c)総投資額は一定とする。d)これを各河道区間に配分するものとする。



図－1 河道区間区分図

総投資額と各河道区間の投資額の関係は次式で表される。

$$K=\sum_{i=1}^{n}x_i \quad —(2) \qquad \begin{cases} K：総投資額 \\ x_i：第 i 河道区間への投資額 \end{cases}$$

変数 x_i の数は n 個である。　(2)を用いると第 n 河道区間への投資額は　$x_n=K-\sum_{i=1}^{n-1}x_i$　―(3)。　このとき独立な変数は $(n-1)$ 個になる。

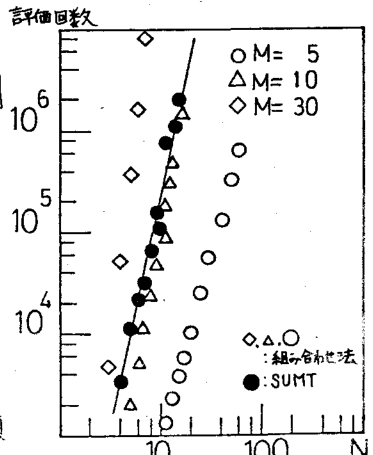
e)疎通能の増加分は投資額係数を乗じたものである。投資額係数が示す意味は、投資が可能にする工事がどのくらいの効率で疎通能を増加さすかである。　f)投資後の各河道区間の疎通能は、初期疎通能に疎通能の増加分を加えたものとする。以上により第 i 河道区間の改修後の疎通能は、

$$U_i=V_i+b_i x_i \quad —(4) \qquad \begin{cases} U_i：改修後の第 i 河道区間の疎通能 \\ V_i：第 i 河道区間の初期疎通能 \\ b_i：第 i 河道区間の投資額係数 \end{cases}$$

第 n 河道区間の改修後の疎通能は式(3)，(4)より

$$U_n=V_n+b_n\cdot(K-\sum_{i=1}^{n-1}x_i) \quad -(5)$$

式(4)，(5)からわかるように、改修後の疎通能 U_i は、投資額 x_i を変数とする関数である。



図－2 計算効率

Akira MUROTA , Takeharu ETO and Jiro KOMATSU g)単一河道を考える。h)疎通能定理が成り立つ($U_{i+1} \leqq U_i$)。i)ピーク越流量と被害額は比例する。j)最上流端に流入するピーク流量の確率密度関数は、ある流量以上の部分では指数分布に従う。k)流れは各河道区分の中では等流である。l)破堤しない。

これらの条件は g),l)を除けば無理のないものと考えられる。これら条件のもとに、全ての河道区間からの越流による被害額の期待値(想定総被害額)Dを求める。Dは確率密度関数 $f(q)$ を重みとして0から無限大までの区間を積分したものとなる。よって

$$D=\int_{U_n}^{U_{n-1}} C_n(q-U_n)f(q)\,dq+\int_{U_{n-1}}^{U_{n-2}} C_{n-1}(q-U_{n-1})f(q)\,dq+ \cdots$$

$$+\int_{U_2}^{U_1} C_2(q-U_2)f(q)\,dq+\int_{U_1}^{U_0} C_1(q-U_1)f(q)\,dq=\frac{W_*}{\beta}\sum_{i=1}^{n}(e^{-\beta U_i}-e^{-\beta U_{i-1}})C_i \quad -(6)$$

$$\begin{cases} f(q)=W_*\beta e^{-\beta q} & \text{：洪水流量の確率密度関数(仮定jより)} \\ C_i & \text{：第}i\text{河道区間からの越流量に対する被害額係数(仮定iより)} \end{cases}$$

式の構成上，第0河道区間の疎通能U_0は無限大であるとする。

3．SUMTによる最適化手法：Dを最小化することは、線形制約をもった非線形最小化問題である。本研究においては，SUMTにpowell法を援用することによって最適化計算を行った。単一河道に対しては解析解が得られている。これと数値計算結果とは一致した。

SUMTはよく知られているように，制約条件付最小(大)化問題において、制約条件を目的関数に組みこむことにより、制約のない最小化問題に変換して最小値を求める手法である。また次のような手法も比較した。総投資額をM等分し、M個の離散的な資本とみなす。これをN区間に配分する。M個の資本をN区間に配分する全ての組み合わせに対して，被害額を評価する(組み合せ法)。SUMTと，組み合わせ法を用いた場合の計算効率を図-2で示す。計算効率は、総被害額の評価回数で示している。計算例は，N区間の単一河道である。次の点を指摘しておく。①SUMTでは評価回数はN^5に比例する。20区間ぐらいまで計算可能である。②組み合わせ法では，評価回数は，M個の玉をN個の箱に分配する組み合わせの数である。すなわち ${}_{M+N-1}C_{N-1}$ 。M=10のとき，SUMTとほぼ同じ効率となる。③SUMTでは，目的関数の非凸性から，解が局所最適解に収束する恐れがある。組み合わせ法では，そのような心配はない。

計算効率はDPを導入することによってさらに改善される。

4．分・合流のある場合の最適化：上記g)の単一河道の仮定をはずして一般化することは容易である。ただし「疎通能定理」の拡張として$U_1+U_2 \geqq U_3$を用いる。簡単のために図-3のモデルを計算した。適当な条件下では，A，Bを合わせて1流域，1本の河道，すなわち等価な単一河道とみなすことができる。このとき数値解と単一河道に対する解析解とを比較することができる。図-3のモデルに対する最適化計算結果と等価単一河道に対する計算結果は一致した。以上により合流がある場合でも，SUMTによる最適化計算には，とくに問題が生じないことがわかった。ただし降雨の時空間的分布の問題については今後の検討を必要とする。

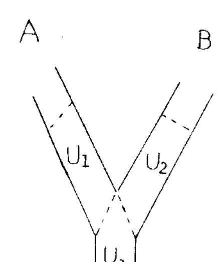


図-3 合流図