

粗面上の粒子の浮遊限界に関する研究

京都大学防災研究所 正員 芦田 和男

京都大学大学院 学生員 藤田 正治

京都大学工学部 学生員 神田 昌幸

1. まえがき 粒子の浮遊限界は、流砂量の予測などの流砂に関する諸問題の解決に重要であり、著者らは滑面に対して浮遊条件式を提案し、粗面についても実験的検討を行っている。¹⁾本研究は、粗面上の粒子の浮上機構に関する実験的検討の成果より浮遊機構を定式化し、粗面上の粒子の浮遊限界を理論的に明らかにしようとするものである。

2. 粒子の浮遊機構の定式化 著者らの研究²⁾によれば、揚圧力 F_{Lo} により河床から浮上した粒子は小跳躍し、さらに河床付近からの上昇流による流体力によって浮遊するものと考えられる。(図-1参照) そこで、上述の浮遊機構をTchenによる粒子の鉛直方向の運動方程式である(1)式で定式化する。(1)式中の F_0 , F_L は鉛直方向の流体力および揚圧力、 G は水中重力であり、(2)~(4)式で表わされ、また(1)式の初期条件(F_{Lo} が作用し始める時刻での条件)は(5)式のようなのである。

$$\frac{\pi}{6}d^3(\sigma + \frac{\rho}{2})\frac{dV_p}{dt} = F_0 + F_L + \frac{1}{2}\frac{\pi}{6}d^3\rho\frac{dV}{dt} - G \quad (1)$$

$$F_0 = 3\pi\mu d(V_p - V) \quad (2) \quad F_L = \frac{\pi}{6}d^3\rho\frac{dV}{dt} \quad (3) \quad G = \frac{\pi}{6}d^3(\sigma - \rho)g \quad (4)$$

$$t=0; V=0, V_p=0, F_0=0 \quad (5)$$

ここに、 d :粒径、 σ :粒子および流体の密度、 V_p, V :粒子および流体の鉛直方向の速度、 μ :動粘性係数である。

さて、浮遊機構を(1)式でシミュレートするとき、上式の妥当性や F_L の時間変化などが問題であるが、これに関してポリスチレン粒子($\sigma/\rho=1.05$, $d=0.142\text{cm}$)の浮上軌跡²⁾を用いて検討する。なお実験は摩擦速度 $U_* = 1.40\text{cm/s}$ で行われた。

1/30秒毎の軌跡から河床上0.08cmでの V , F_{Lo} , $t=1/30$ 秒での F_L を上式から計算し、それらの確率分布を示したのが図-2, 3, 4である。図-2より V の推定値は、平均 0cm/s 、標準偏差 $V' \approx 2U_*$ の正規分布とほぼ一致している。これは粗面河床付近で $V \approx U_*$ という知見と異なるが、粒子が浮上する場合を対象としているため分布型に歪が生じたからであると考えられる。この事より、上式の浮遊機構への適用の妥当性が示唆される。つぎに、 F_L は図-3, 図-4に示すように平均値0の正規分布に従うが、その値は河床面

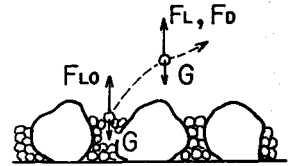
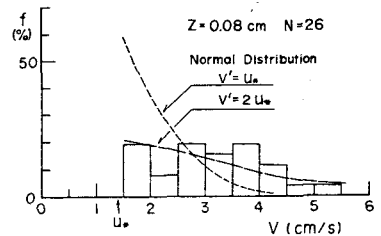
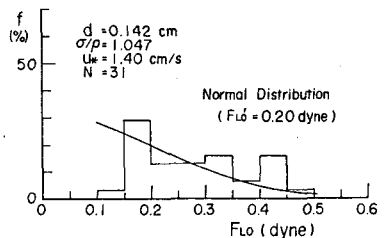
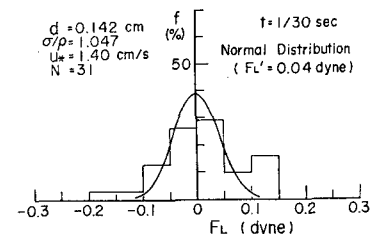


図-1 粒子の浮遊機構

図-2 V の確率分布 ($V \geq 1.5\text{cm/s}$)
(N はサンプル数)図-3 F_{Lo} の確率分布 ($F_{Lo} \geq 0.1\text{dyne}$)図-4 浮上後1/30秒での F_L の確率分布

Kazuo ASHIDA, Masaharu FUJITA, Masayuki KANDA

から上に行くにつれて急激に減少する。($F_{L0}' = 0.2 \text{ dyne}$, 浮上後 1/30秒で $F_L' = 0.04 \text{ dyne}$) したがって、粒子は F_L の作用で浮上し、その後は F_0 の作用で浮遊へ移行するものと考えられる。ところで、 $F_{L0}' \propto \rho v^2$, $d^2 \propto v^2 \propto u_*^2$ という関係を用いると、 F_{L0}' は(6)式のようなになる。

$F_{L0}' = C \rho u_*^2 d^2$ ……(6) ここに、 C は定数で図-3 から推定すると $C = 5.06$ である。

3. 粒子の浮遊限界 2 で述べた浮遊機構に従って、まず粒子の浮上条件を求める。浮上条件は $F_{L0} > G$ であるが、 F_{L0} は図-3 に示すように正規確率変数と考えられるので、この条件式を $\alpha F_{L0}' > G$ で表示する。この式は、河床粒子の浮上確率が P_α ($F_{L0} > \alpha F_{L0}'$ となる確率) より大きくなる時の条件式である。ここで、 P_α の値はたとえば $\alpha = 1, 3$ で $P_\alpha = 15.87\%$, 0.13% である。(6)式より、この条件式は(7)式のように表わされる。

$$u_*^2 / (sgd) > (\pi/6) / (\alpha C) \dots\dots\dots (7) \quad \text{ここに、} S = \frac{\sigma}{\rho} - 1 \text{ である。}$$

(7)式の条件で浮上した粒子は小跳躍し浮遊へと移行するが、その過程で粒子に作用する力は前述したとおり上昇流による流体力 F_0 のみと考えることができる。この F_0 の算定には v_p の値が必要であるが、これは F_{L0} とその作用時間および(1)式(ただし $F_L = 0$) から計算されその確率分布が得られる。しかし、ここでは簡単の場合として、小跳躍の最大飛行高から粒子が浮遊すると考えると、そのとき $v_p = 0$ であり、また浮遊条件は $d v_p / dt > 0$ と表わされるので、(1)式(ただし $F_L = 0$)より浮遊条件は $F_0 = 3\pi\rho n d v > G$ となる。小跳躍の最大飛行高は粒径の数倍程度であり、 $v \approx u_*$ とすると、浮上した粒子が P_β ($F_0 > \beta F_0'$ となる確率 ; F_0' は F_0 の標準偏差) より大きい確率で浮遊する条件は(8)式のようなになる。

$$\frac{u_*^2}{sgd} > \frac{1}{18\beta} \frac{u_* d}{\nu} \dots\dots\dots (8)$$

以上より、浮遊条件は(7),(8)式を同時に満たす領域となり、浮遊限界は浮上確率や浮遊確率の大きさによって異なる。図-5 は $\alpha = 1, 3$, $\beta = 1$, 3 のときの(7),(8)式から定まる両限界(それぞれ T_{L1} , T_{L3} とおく)を示したもので、参考のため限界掃流力の無次元表示 T_{sc} と沈降速度 w_s の曲線も示されている。この図から、 d が小さいと浮遊条件 = 浮上条件

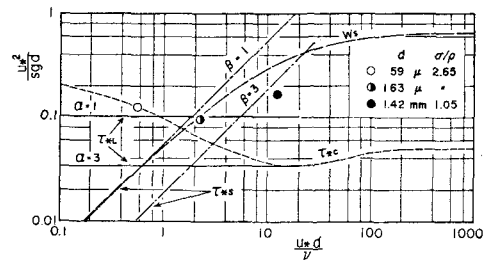


図-5 粗面河床上の粒子の浮遊限界

となりそのような粒子の流送形態は主に浮遊であるのに対し、 d が大きくなると浮遊条件 > 浮上条件となり、そのような粒子の流送形態には掃流のみの領域が存在することが推察される。また、図中には、 $d = 59, 163 \mu$, $d/p = 2.65$ および $d = 0.142 \text{ cm}$, $d/p = 1.05$ の粒子の粗面上での浮遊限界の実測値が示されているが、この浮遊限界の基準が「粒子が浮遊し始める限界」であるのに、 $d = 0.142 \text{ cm}$ のものを除けば実測値は理論値よりかなり大きい値となっている。これは、粗粒子による遮蔽効果が理論に考慮されていないことや、(6)式の C の値の推定が必ずしも適当でなかったためと思われる。

4. あとがき 3 で指摘したように、遮蔽効果を浮遊限界の理論に導入すること、また揚圧力 F_{L0} の定量的な評価をもう少し詳しく検討することを今後の課題としたい。

<参考文献> 1) 芦田, 岡部, 藤田; 粒子の浮遊限界に関する研究, 第27回水理講演会論文集, 1983
2) 芦田, 藤田, 神田; 粒子の浮上機構に関する実験的研究, 昭和58年度関西支部年講(投稿予定)