積分方程式法による地盤−構造物系の動的解析

京都大学工学部　正員　小林昭一
京都大学工学部　正員　西村直志
白石基礎工事　正員○白木達成

1. はじめに

本研究は、半無限地盤−構造物系に、平面P波，平面S波が入射した際の定常応答について、半無限地盤には積分方程式法を、構造物には有限要素法を適用し、数値計算を試みるものである。

2. 積分方程式の定式化

一般に、動弾性境界値問題は次の様に定式化される。

$$\begin{cases} \Delta^*_{ij} u_j(\underset{\sim}{x}) = 0 & \underset{\sim}{x} \in D + \partial D \\ u_j(\underset{\sim}{y}) = \bar{u}_j(\underset{\sim}{y}) & \underset{\sim}{y} \in \partial D_1 \\ t_j(\underset{\sim}{y}) = \bar{t}_j(\underset{\sim}{y}) & \underset{\sim}{y} \in \partial D_2 \end{cases} \tag{1}$$

ただし　u_j：変位ベクトル，t_j：応力ベクトル，$\underset{\sim}{x}$，$\underset{\sim}{y}$：位置ベクトル，$\bar{u}_j$，$\bar{t}_j$：与えられた関数，D：領域，$\partial D(=\partial D_1+\partial D_2)$：境界，　また Δ^*_{ij} は次式で定義される微分演算子である。

$$\Delta^*_{ij} \equiv \mu \delta_{ij} \partial_k \partial_k + (\lambda+\mu)\partial_i \partial_j + \rho \omega^2 \delta_{ij} \tag{2}$$

λ，μ：ラナの定数，ω：円周期，ρ：密度，δ_{ij}：クロネッカーのデルタ

さらに、次式の二次元定常状態の基本特異解と、相反作用の定理によって(4)式の積分方程式が得られる。

$$\Gamma_i^{(k)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y}) = \frac{i}{4\pi}\left\{H_0^{(1)}(k_T r)\delta_{ik} - \frac{1}{k_T^2}\frac{\partial^2}{\partial y_i \partial y_k}\left\{H_0^{(1)}(k_L r) - H_0^{(1)}(k_T r)\right\}\right\} \tag{3}$$

ただし　$r=|\underset{\sim}{x}-\underset{\sim}{y}|$，$k_L=\omega/C_L$，$k_T=\omega/C_T$，　C_L，C_T：P波，S波の伝搬速度

$$D(\underset{\sim}{x})u_k(\underset{\sim}{x}) = \int_{\partial D}\left\{\Gamma_i^{(k)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y})t_i(\underset{\sim}{y}) - u_i(\underset{\sim}{y})\bar{\Gamma}_i^{(k)}(\underset{\sim}{x},\underset{\sim}{y})\right\}dS_y \qquad D(\underset{\sim}{x}) = \begin{cases} 1 & \underset{\sim}{x} \in D \\ 1/2 & \underset{\sim}{x} \in \partial D \\ 0 & \underset{\sim}{x} \notin D+\partial D \end{cases} \tag{4}$$

3. 有限要素法の定式化

(1)式の偏微分方程式で、新たに(5)式の微分演算子を定義し(6)式の方程式を考える。

$$\Delta^-_{ij} = \mu \delta_{ij} \partial_k \partial_k + (\lambda+\mu)\partial_i \partial_j \tag{5}$$

$$\Delta^-_{ij} u_j + \rho \omega^2 u_j = 0 \tag{6}$$

(6)式の両辺に任意のベクトル v_i を掛け、領域Dについて積分すれば次式が成立つ。

$$\int_D v_i(\Delta^-_{ij} u_j + \rho \omega^2 u_j)\,dV = 0 \tag{7}$$

(7)式の積分項の才一項について部分積分し、さらに応力−変位式を用い、次式の様な形状関数Nを導入すれば(7)式は(9)式の様に離散化できる。

$$u_e = N^\alpha u_e^\alpha, \quad v_e = N^\alpha v_e^\alpha \tag{8}$$

Shoichi KOBAYASHI, Naoshi NISHIMURA, Tatsunari SHIRAKI

$$-\int_D v_j^{\alpha} N^{\alpha}_{,i} C_{ijkl} N^{\beta}_{,k} U^{\beta}_{l} dV + \int_{\partial D} v_j^{\alpha} N^{\alpha} t_j dS + \rho\omega^2 \int_D v_j^{\alpha} N^{\alpha} N^{\beta} U_j^{\beta} dV = 0 \qquad (9)$$

ところで、v_jは任意なベクトルであったから結局(9)式は次式の様に表わせる。

$$-\int_D N^{\alpha}_{,i} C_{ijkl} N^{\beta}_{,k} U^{\beta}_{l} dV + \int_{\partial D} N^{\alpha} t_j dS + \rho\omega^2 \int_D N^{\alpha} N^{\beta} U_j^{\beta} dV = 0 \qquad (10)$$

ただし　C_{ijkl}：弾性定数のテンソル

4．数値解析法及び解析例

(4)，(10)式で定式化された積分方程式と有限要素法をそれぞれ、半無限地盤及び構造物に適用し、またその結合部では変位の連続条件及び力の釣合い条件を考慮し最終的な連立方程式を解くこととなる。本研究においては次の様な事に留意した。

(a)半無限領域については、反射波が"radiation condition"を満足するものとして反射波について積分方程式を立てる。

(b)有限要素法では、数値積分のための要素として二次の八点アイソパラメトリック要素を用いた。

(c)積分方程式では、一定要素を用いた。

(d)数値積分には、ガウスの八点積分などを用いた。

以上の様な手法によって、半無限地盤－構造物系の平面入射波による定常応答を解析したのであるが、2，3の計算例を示す。先ず精度の検討のために、Fig.1の様に物理定数の全く同じ構造物が丁度地盤中に埋っている場合を考えた。このときの地表での定常応答は入射波が真下から入る場合には、応答倍率2倍すなわち入射波の振幅の2倍の変位が表われるはずであり、特に入射P波であれば垂直方向に変位する。この条件で計算したものがFig.1であり、精度的には良い結果が得られたと思われる。さらにFig.2，Fig.3の様に根入れを持つ構造物，アースダム等が地盤に載った場合についても、入射波の種類，波長，振幅，入射角，或いは構造物の物理定数などを変化させて、地盤や構造物の定常応答について解析した。

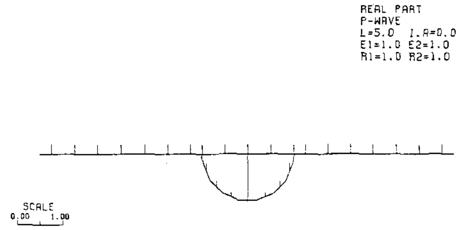

Fig.1

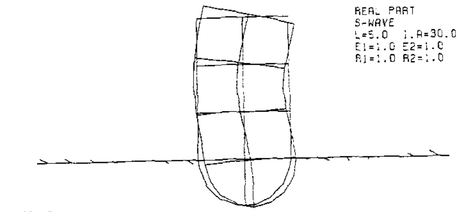

Fig.2

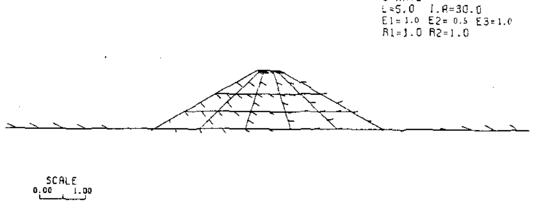

Fig.3

(参考文献)

木下雅敬；半無限地盤－構造物系の動的解析への積分方程式法の適用，京都大学卒業論文，1981

その他