

半無限地盤上における非均質構造物の面内共振現象の解析

京都大学工学部	正 員	丹羽 義次
東海大学海洋学部	正 員	北原 道弘
京都大学工学部	正 員	廣瀬 壮一
日本道路公団	正 員	○山崎 幹夫

1. はじめに

一般の土木構造物においては、構造物周辺地盤が均質であることは少ない。また構造物自体が均質であることも少ない。本研究においては、地盤上の構造物及び根入れ部を非均質弾性体であると考え、半無限弾性地盤上の非均質弾性構造物に対する面内共振現象の解析を試みる。解析手法の特徴は、まず非均質弾性構造物内において、静弾性問題の基本解を用いて数値的にグリーン関数を構成することである。一方、半無限地盤において、動弾性問題の基本解を用いて境界積分方程式を構成し、非均質弾性構造物に対して得られた数値的グリーン関数と結合することにより、半無限地盤-非均質構造物系に対する積分方程式系を構成するものである。

2. 基礎式と境界条件

対象とする弾性体は、等方かつ線形であるとする。ここでは、剛性の変化する構造物を扱い、Lamé定数が領域内で変化するものとする。本研究においては、「非均質」という言葉は、この意味で用いる。また定常問題を考えることにより次のような基礎式を得る。

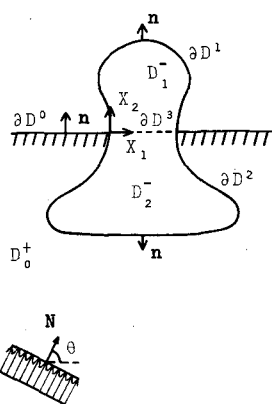


Fig.1. モデルと座標系

$$(\lambda u_{kk})_{,i} + \{\mu(u_{ij} + u_{ji})\}_{,j} + p f_i + p \omega^2 u_i = 0 \quad (1)$$

また境界条件として、

$$x_i = \lambda n_i u_{kk} + \mu n_j (u_{ij} + u_{ji}) = 0, \text{ on } \partial D^+$$

$$x_i = \lambda n_i u_{kk} + \mu n_j (u_{ij} + u_{ji}) = 0, \text{ on } \partial D^+ \quad (2)$$

さらに放射条件として、

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \{\partial \hat{u}_L / \partial r - i k_L \hat{u}_L\} = O(r^{-1/2}),$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \{\partial \hat{u}_T / \partial r - i k_T \hat{u}_T\} = O(r^{-1/2}),$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \{\hat{u}_L\} = O(r^{-1/2}),$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \{\hat{u}_T\} = O(r^{-1/2}), \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} \quad (3)$$

ここに、 $k_L = \omega / c_L$, $k_T = \omega / c_T$, $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$, $c_T = \sqrt{\mu / \rho}$ は、各々縦波の波数、横波の波数、縦波の波速、横波の波速であり、 u の上の添字「 $\hat{}$ 」は散乱波を示す。

3. 定常動弾性問題の定式化

半無限地盤における変位の積分表示は、動弾性問題の基本解を用いることにより容易に定式化できる。しかし、非均質構造物内における基本解を具体的に書き下すことは、現段階において、不可能である。そこで本研究では、非均質性に起因する項〔物質定数を一定部分（均質）と変化部分（非均質）に分けた場合の変化部分に関する項〕と加速度項を物体力項と等価なものと考え、均質静弾性体に対する基本解を用いた積分方程式を定式化する。今、物質定数である Lamé 定数を次のように表記する。

$$\lambda(x) = \bar{\lambda} + \tilde{\lambda}(x), \quad \mu(x) = \bar{\mu} + \tilde{\mu}(x) \quad (4)$$

ここに、 $\bar{\lambda}$ と $\bar{\mu}$ は一定部分で、 $\tilde{\lambda}$ と $\tilde{\mu}$ は変化部分（非均質に関係する項）である。

3.1 非均質構造物における変位の積分表示

今、物質定数を一定部分と変化部分に分けて考えることにより、次のような作用素 M_{ij} を考える。

$$M_{ij} u_j \equiv \lambda u_{j,ji} + \mu (u_{j,ji} + u_{i,jj}) = -F_i \quad (5)$$

$$F_i \equiv (\bar{\lambda} u_{m,m} \delta_{ij})_{,j} + \{\bar{\mu} (u_{i,j} + u_{j,i})\}_{,j} + \rho f_i + \rho \omega^2 u_i$$

ここに、 F_i は式(1)から得られる Lamé 定数の変化部分に関する項と加速度項を含んだ等価物体力項を表わしている。また、均質静弾性問題の基本解 $V_j^k(x, y)$ は次のように与えられる。

$$M_{ij} V_j^k(x, y) = -\delta(x - y) \delta_i^k \quad (6)$$

$$V_j^k(x, y) = \frac{1}{4\pi(x+2\mu^*)} [(x+\mu^*) \delta_{ij} \log \frac{1}{r} + (x+\mu^*) r^{ij} r^k]$$

ここで、式(5)に静弾性問題の基本解を掛け、式(6)に変位を掛け合わせて両辺を差し引いて整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} E(x) u_i(x) &= \int_{D_1^+} V_i^k(x, y) f_k(y) dy - \int_{D_2^+} T_i^k(x, y) u_k(y) dy \\ &+ \iint_{D_1^+} [\bar{\lambda}(y) V_i^{kk}(x, y) + \bar{\mu}(y) V_i^{kj}(x, y) + \bar{\mu}(y) V_i^{jk}(x, y)] u_{k,j}(y) dy \\ &+ \iint_{D_2^+} [\bar{\lambda}(y) - \lambda/\mu^*] \bar{\mu}(y) V_i^{kk}(x, y) u_k(y) dy \\ &+ \mu^* \bar{\mu}(y) \iint_{D_2^+} V_i^{kj}(x, y) u_{k,j}(y) dy + \rho \iint_{D_2^+} V_i^k(x, y) f_k(y) dy \\ E(x) &= \begin{cases} \mu(x)/\mu^*, & x \in D_1^+ \text{ or } D_2^+ \\ [3\lambda\mu(x) + 4\mu^*\mu(x) - \mu^*\lambda(x)] / [4\mu^*(x+2\mu^*)], & x = x \text{ on } \partial D_1 \cup \partial D_2 \\ 0, & x \in D_1^- \end{cases} \quad (7) \end{aligned}$$

ここに、 $T_i^k(x, y) = [\lambda V_i^{kk}(x, y) \delta_{ij} + \mu \{V_i^{kj}(x, y) + V_i^{jk}(x, y)\}] n_j^k(y)$ と定義する。

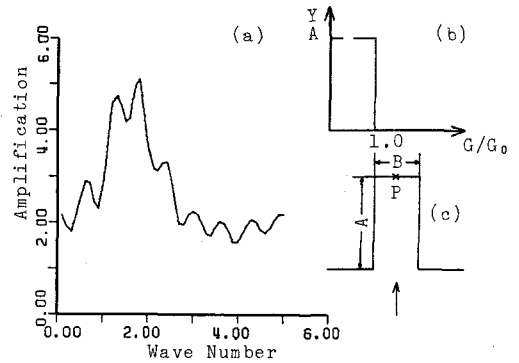
3.2 半無限地盤における変位の積分表示

半無限地盤における変位は、入射波による影響と散乱波による影響に分けて考えると変位の積分表示は、次のようになる。

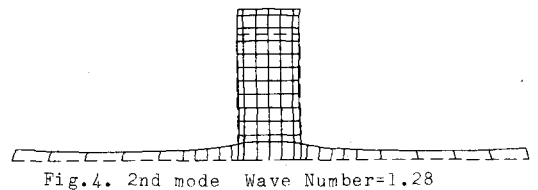
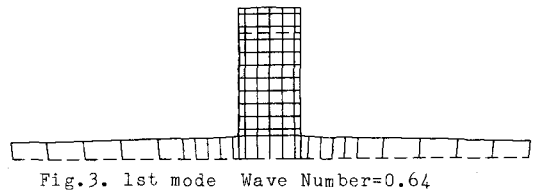
$$\begin{aligned} E(x) u_i(x) &= \bar{u}_i(x) + \int_{\partial D_1 \cup \partial D_2} [U_i^k(x, y; \omega) f_k(y) - T_i^k(x, y; \omega) u_k(y)] dy \\ E(x) &= \begin{cases} 1, & x \in D_1^+ \\ 1/2, & x = x \text{ on } \partial D_1 \cup \partial D_2 \\ 0, & x \in D_1^- \cup \partial D_2 \cup \partial D_2^+ \end{cases} \quad (8) \end{aligned}$$

3.3 結合手法

Fig.1 における、 D_1^- と D_2^- においては、式(7)より各々グリーン関数を構成できる。また、 D_1^+ においては、式(8)より変位の解表現を得る。ここで、 ∂D_1^+ と ∂D_2^+ において変位の連続性と応力



P-Wave Incident Y-Displacement
Theta=90.0 B/A=0.5
Fig.2. Resonance curve at a point P



の釣り合い条件を課すことにより、 ∂D_1^+ と ∂D_2^+ における未知量を決定し、非均質構造物と半無限地盤の変位を決定することができ。

4. 数値解析例

均質な地盤-構造物系に P-波が垂直入射したときの頂部の中央点 (P) での y 方向 (高さ方向) の共振曲線を Fig.2(a) に示す。Fig.3, Fig.4 には Fig.2(a) における第 1, 及び第 2 共振点での共振モードを示す。Fig.2(b) は、構造物内のせん断剛性の変化を示し、また Fig.2(c) において、解析点 P の位置を [*]印で示している。なお矢印は、入射波の入射方向を示している。さらに根入れによる効果や、SV-波が入射するときの共振曲線、共振モードなど詳細については、当日発表する。