

せん断を受ける長方形板の面外有限変形の定式化

大阪大学工学部 正 員 前田幸雄
 大阪大学工学部 正 員 大倉一郎
 大阪大学工学部 学生員 吉中真一郎

1. まえがき 薄肉プレートガーダーが繰り返し荷重を受けると、ウェブ周辺の隅肉溶接止端に疲労亀裂が発生する可能性がある¹⁾。初期たわみを有する薄肉ウェブが面内荷重を受けて、面外へ変形することにより生ずる2次的な面外曲げ応力がこの疲労亀裂の発生原因である。疲労亀裂の発生を防止する設計式を確立するためには、荷重と2次曲げ応力の関係を定式化する必要があり、すでに純圧縮を受ける場合については、この定式化がなされている²⁾。本報告では、純せん断を受ける長方形板について、荷重と2次曲げ応力の関係を定式化したので、以下に報告する。

2. 荷重と面外たわみの関係 図-1に示すように、せん断を受ける長方形板が面外方向に四辺単純支持されている場合、次の初期たわみ W_0 と付加たわみ W を仮定する。

$$W_0 = e_1 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + e_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b}, \quad W = e_1 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + e_2 \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{b} \quad (1)$$

ここに、 e_1, e_2 ：初期たわみを表す既知定数、 e_1, e_2 ：付加たわみを表す未知定数。

式(1)をMarguerreの基礎微分方程式³⁾に代入し、Galerkin法を適用すると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{128}{9\pi^2} \frac{\tau_0}{t_w} - \theta_3 \frac{e_1}{e_1 + e_2} + (1 - \nu^2) \left\{ \frac{3}{4} \theta_4 \frac{g_1}{t_w^2} \frac{e_1 + e_2}{e_1 + e_2} + 192 \theta_5 \frac{g_3}{t_w^2} \right\} \\ \frac{128}{9\pi^2} \frac{\tau_0}{t_w} - 16 \theta_3 \frac{e_2}{e_1 + e_2} + (1 - \nu^2) \left\{ 12 \theta_4 \frac{g_2}{t_w^2} \frac{e_2 + e_2}{e_1 + e_2} + 192 \theta_5 \frac{g_3}{t_w^2} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\theta_3 \sim \theta_5$ ： a/b のみの関数、 $g_1 = (e_1 + e_2)^2 - e_1^2$ 、 $g_2 = (e_2 + e_2)^2 - e_2^2$ 、 $g_3 = (e_1 + e_2)(e_2 + e_2) - e_1 e_2$ 、 t_w ：板厚、 ν ：ポアソン比、 $\sigma_e = E\pi^2 / \{12(1 - \nu^2)\beta^2\}$ ：基本座屈応力、 E ：ヤング率、 $\beta = b/t_w$ 、式(2)の性質を調べると、付加たわみが小さいときには、第1項が支配的であり、付加たわみが増加すると、第1項は一定値に収束し、第2項の増加が著しくなる。この性質を考慮して、式(2)をさらに1本の式に簡略化するとともに、境界辺で回転拘束されている場合にも拡張すると次式が得られた。

$$\frac{\tau_0}{t_w} = k_{cr} \sqrt{\frac{e}{e + re_0}} + \frac{3}{4} (1 - \nu^2) \theta_5 \quad (3)$$

ここに、

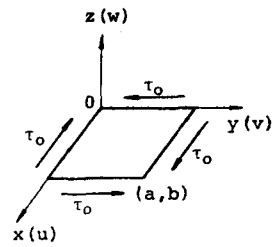


図-1 せん断を受ける長方形板

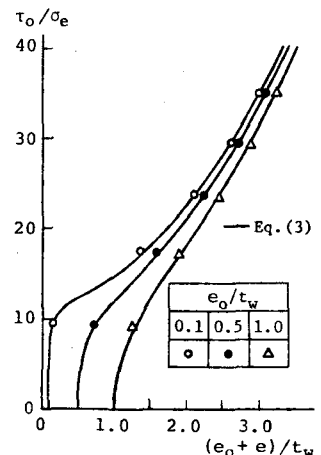


図-2 荷重と面外たわみの関係 (= 二辺固定=二辺単純支持, $a/b = 1.0$)

$$\xi = \left[0.61 \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\} + 0.39 \frac{e + e_0}{t_w} \right] \left\{ \left(\frac{e}{t_w} \right)^2 + 2 \frac{e_0}{t_w} \frac{e}{t_w} \right\}^{1/25} \sqrt{\frac{e + e_0}{t_w}}$$

e, e_0 は、それぞれ板中央の初期たわみと付加たわみである。 k_r は回転拘束を考慮したせん断を受ける長方形板の座屈係数で、新たに座屈解析プログラムを作成して決定した。 τ は、Marguerreの式を簡略化した式⁴⁾に、境界辺の回転拘束を考慮したたわみ関数を代入して、Galerkin法を適用した際に生ずる係数である。また θ の値は、 $\eta = \left(\frac{\tau}{k_r} - k_r \sqrt{\frac{e}{e + e_0}} \right)$ と ξ にそれぞれ有限要素法解析の結果⁵⁾を代入して両者の関係を調べると、線形関係が成立しているのので、これに最小2乗法を適用して決定した。 k_r, τ, θ の値を表-1に示す。式(3)と有限要素法解析の結果の比較を図-2に示す。式(3)は有限要素法解析の結果をよく近似している。

3. 2次曲げ応力と面外たわみの関係 2次曲げ応力と面外たわみの関係を表す式として、次式を仮定した。

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_e} = \frac{S}{2} \left\{ \frac{e}{t_w} + \sqrt{\frac{e}{t_w} \left(\frac{e}{t_w} + \tau \frac{e_0}{t_w} \right)} \right\} + \sqrt{A^2 \xi^2 + B^2} - B \quad (4)$$

第1項の係数 S は、座屈形状の単位面外たわみに対する2次曲げ応力の増加率を示しており、前述の座屈解析の座屈モードより決定した。第2項以下は、圧縮板の定式化の場合からの類推により付加した補正項である。係数 A, B の値は、有限要素法解析の結果を利用し、最小2乗法を適用して定めた。 A, B, S の値を表-1に示す。式(4)と有限要素法解析の結果の比較を図-3に示す。式(4)は、有限要素法解析の結果をよく近似している。

4. 荷重と2次曲げ応力の関係 式(3)と式(4)により、荷重と2次曲げ応力の関係が与えられる。式(3),(4)と有限要素法解析の結果の比較を図-4に示す。式(3),(4)は、有限要素法解析の結果をよく近似している。

参考文献 1)前田, JSSC, 表-1 特性値

Vol. 9, No. 86, pp. 32~41, 1973.

2)前田・大倉, 土木学会論文報告集, 第329号, 1983.

3)Marguerre, K. Proc. 5th Int.

Cong. Appl. Mech. Cambridge, pp. 93~101, 1938.

4)Timoshenko, S.P. and J.M. Gere, Theory of Elastic Stability, McGRAW-HILL, p. 344, 1961.

5)前田・大倉・吉井, Technol. Repts. Osaka Univ., Vol. 32, No. 1647, pp. 143~150, 1982.

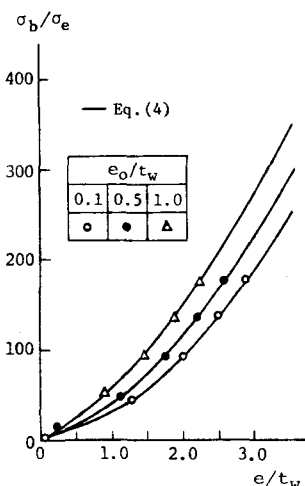


図-3 2次曲げ応力と面外たわみの関係 (二辺固定二辺単純支持, $a/b = 1.0$)

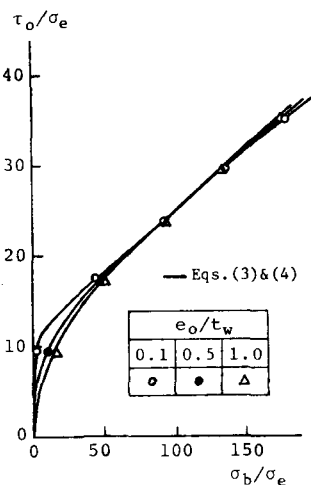


図-4 荷重と2次曲げ応力の関係 (二辺固定二辺単純支持, $a/b = 1.0$)

a/b	四辺単純支持				二辺固定二辺単純支持				四辺固定支持			
	0.5	0.75	1.0	1.5	0.5	0.75	1.0	1.5	0.5	0.75	1.0	1.5
r	1.0	1.0	1.0	1.0	0.74	0.74	0.74	0.74	0.54	0.54	0.54	0.54
k _{cr}	26.03	13.29	9.33	7.07	26.88	15.47	12.58	11.13	42.46	21.31	14.67	11.49
θ	5.12	4.35	3.46	2.03	5.59	4.61	3.66	2.40	8.07	5.08	3.97	2.47
S					17.51	25.60	25.27	23.79	98.46	42.90	24.32	23.82
A					15.18	15.93	14.51	10.96	19.99	25.82	17.93	12.81
B					40.46	36.01	33.61	36.44	0.0	111.81	71.07	62.20