

構造物の耐荷力と弾塑性カタストロフィーについて

京都大学 正 員 円羽 義久
 京都大学 正 員 渡辺 英一
 高知高専 正 員 〇 勇 秀憲

1. はじめに 弾塑性域で極限状態に達するように設計された構造物の耐荷力の評価は、その材料的・幾何的非線形性のため非常に複雑であり多大の労力を要する。本報告は、統一的な見地より構造物の材料特性、残留応力、幾何学的初期不整を考慮し、弾塑性域へカタストロフィー理論を適用する解析手法を紹介するものである。

2. 弾塑性カタストロフィー 図-1の流れ図に従い柱構造を例にして本解析法の概略を以下に説明する。

系の材料特性、形状特性、境界条件、残留応力により、初期たわみのない完全系の弾塑性座屈荷重 P_{cr} が求められる¹⁾。さらに、初期たわみ y_0 が系の耐荷力 P_m に及ぼす敏感性に関してカタストロフィー理論を適用する。

図-2は圧縮力を受ける系の典型的な荷重-たわみ y 曲線である。曲線ACは弾塑性分岐点 $A(P_{cr}, 0)$ からの弾塑性後座屈経路である。また曲線BCDは系が崩壊機構を形成する極限状態に対する塑性除荷曲線である。交点 $C(P^*, y^*)$ を通常に分岐点 A の代わりに等価分岐点とする。このとき点 C を特異点を持つ擬似ポテンシャル V を点 C の近傍で定義する：

$$V \equiv \partial V / \partial y = P_e f(y_a^*) \cdot y_a^* - P(y - y^*) = 0 \quad (1)$$

ここに、 P_e : Euler荷重、 $y_a^* \equiv y - y^* - y_0$ 。また $f(y_a^*)$ は完全系のモーメント M -たわみ y 関係を図-3の破線のように定義し、 y_0 の存在に無関係に点 C に対応する (M^*, y^*) に実線のように置換することにより定義される関数である。つまり、

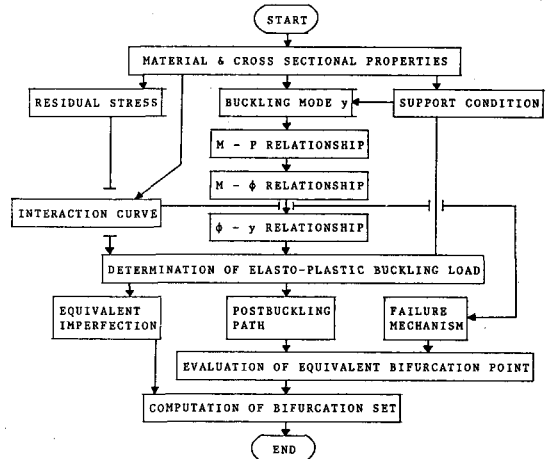


図-1 弾塑性カタストロフィー解析法

$$f(y_a^*) = f^c + \frac{1}{2} f_e^c y_a^* \quad (2)$$

ここに、 f^c, f_e^c は未知の定数である。(2)を(1)に代入すると、点 C 近傍の釣合式、

$$V \equiv \partial V / \partial y = P_e f^c (1 - \frac{\alpha^*}{2} y_a^*) y_a^* - P(y - y^*) = 0 \quad (3)$$

が決まる。(3)は状態空間 $(y - y^*, y_0, P)$ 内で釣り合い曲面 M_v を形成する(図-4)。ここに、 $\alpha^* \equiv -f_e^c / f^c$ である。

カタストロフィー 図-3 M - x - M - h 関係一理論を適用することにより、 M_v 上の特異点の集合 $ACB(y - y^*, P)$ 上では $a_3 c_3 b_3$ に対応は、 $V \equiv \partial V / \partial y^2 = P_e f^c (1 - \alpha^* y_a^*) - P = 0 \quad (4)$ により与えられる。いま完全系($y_0 = 0$)を考えると等価分岐点 (P^*, y^*) は(4)から $V|_{y=y^*, P=P^*} = 0$

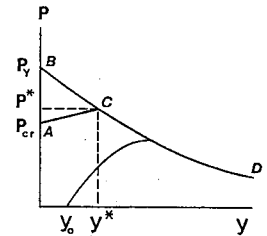


図-2 荷重P-たわみ y 曲線

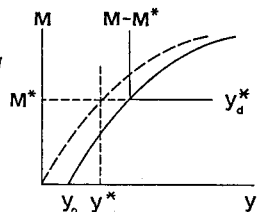


図-3 M - x - M - h 関係

といて $P \equiv P_f^c$ となる。点 $C(P^*, y^*)$ との対応から P_f^c が決定できる。さらに、点 C において

$$V_{III}^c = V_{III}^m|_{y=y^*, P=P^*, y_0=0} \equiv P_f^c \neq 0 \quad (5)$$

だから、等価分岐点 C は 非対称分岐点 で折り目のカタストロフィーである。

(3) と (4) から耐力 P_m に及ぼす初期たわみ y_0 の感受性は正確に分岐集合 $a_2 c_2$ として

$$\hat{P}_m \equiv P_m / P^* = 1 - \sqrt{2\alpha^* y_0 (1 + \alpha^* y_0)} + \alpha^* y_0 \quad (6)$$

一方、いわゆる折り目の分岐集合は、

$$\hat{P}_m \equiv P_m / P^* = 1 - \frac{1}{P^*} \sqrt{\frac{2V_{III}^m V_{II}^c}{(V_{II}^c)^2}} y_0 = 1 - \sqrt{2\alpha^* y_0} \quad (7)$$

(6) と (7) は $\alpha^* y_0 \ll 1$ のとき全く一致する。

図-3 から P_f^c を決定することは非常に困難であるので、その代わりに等価分岐点 $C(P^*, y^*)$ における塑性除荷曲線 P_f の勾配から $\alpha^* \equiv -\frac{dP_f}{d y_0} \bigg|_{y=y^*, P=P^*}$ として定義することにする。

また、短柱 (細長比 $\lambda > 0$) はほとんど初期たわみの影響を受けないこと、および弾塑性域と弾性域の連続性を考慮して、初期たわみ y_0 を修正して 等価初期たわみ y_0^e を導入し、

$$y_0^e \equiv \mu(\lambda) y_0, \quad \mu(\lambda) \equiv (\lambda / \lambda_c)^\beta, \quad \beta > 1 \quad (8)$$

と定義する。ここに、 λ_c は弾塑性域と弾性域の遷移点の細長比である。やえに、系の耐力 $\hat{P}_m$ は (6) または (7) の y_0 を (8) の y_0^e で置き換えることにより計算される。

3. 数値計算例 図-5 は 2 軸対称 I 型断面を有する単純支持柱が、軸圧縮力を受けたとき生じる弱軸まわりの座屈に関する耐力曲線である。残留応力 $\sigma_r = 0.4\sigma_y$ 、初期たわみ $y_0/l = 1/1000$ (l : 柱長) である。我国道路橋設計示才書の基準耐力曲線によく対比している。図-6 は一樣軸圧縮力を受ける周辺単純支持正方形板の耐力曲線である。残留応力 $\sigma_r = 0.4\sigma_y$ 、初期たわみ $y_0/b = 1/150$ (b : 板幅) である。小松²⁾、宇佐美³⁾の補剛板の耐力曲線と比較している。

なお、詳細は当日 O.H.P. を用いて発表する予定である。

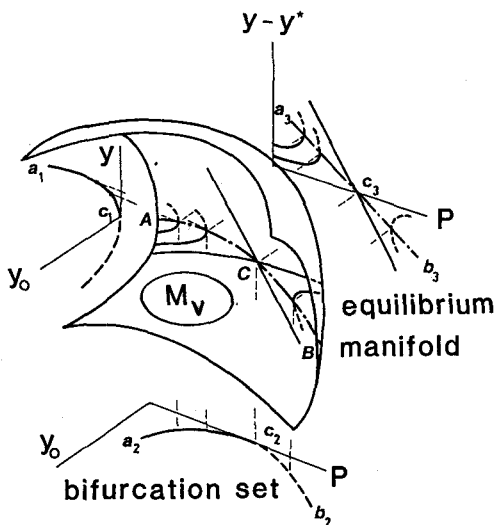


図-4 釣合い曲面 M_V

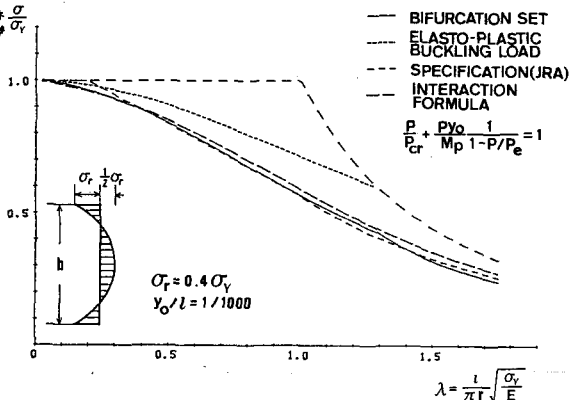


図-5 単純支持 I 型断面柱の弱軸まわりの座屈耐力曲線

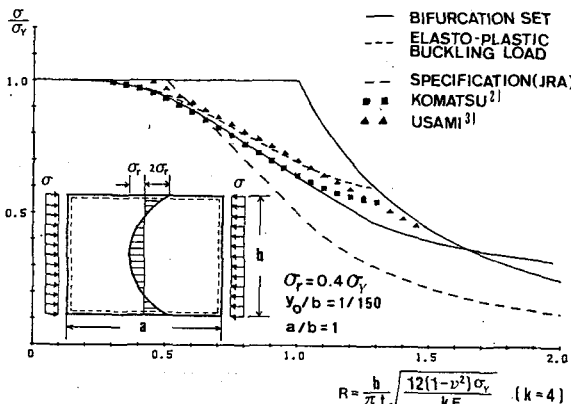


図-6 一樣軸圧縮力を受ける周辺単純支持正方形板の耐力曲線

1) 中川・渡辺編著: 柱、板の弾塑性カタストロフィー特性について, 第31回応用力学連合講演会講演論文抄録集, 1981, pp. 215-216.

2) 小松・北田: 初期不変を有する圧縮板の非線形強度特性に関する研究, 工学会論文報告集, 第270号, 1978, pp. 1-14.

3) Watanabe, E., T. Usami, and A. Hasegawa: Strength and design of steel stiffened plates - A literature review of Japanese contributions - U.S. Japan Seminar, 1981.