

横荷重を受ける扇形補剛板の弾塑性有限変位解析

関西大学工学部 正会員・堂垣 正博

関西大学工学部 正会員 米沢 博

1. まえがき 筆者は曲線鋼箱桁橋のフランジ部のような扇形補剛板に漸増横荷重が作用する場合の弾塑性微小変位解析を荷重増分法で行い、その変形挙動と強度を明らかにした¹⁾。本報告は扇形補剛板の圧縮強度解析で提案した構造解析法²⁾を用い、膜作用の影響を考慮した扇形補剛板の弾塑性曲げを明らかにする。微小変位理論の解析結果と比較し、曲率半径比、曲げ剛度と弾塑性曲げ挙動の関係を明らかにする。

2. 弾塑性有限変位解析理論 Fig. 1に示す円周方向補剛の扇形板が漸増横荷重を受ける場合を考える。以下の仮定に基づいて解析を行う。1) Kirchhoff-Loveの仮定が成立し、扇形補剛板がそれと等価な直交異方性扇形板に置換できる。2) 材料は完全弾塑性体とし、ひずみ硬化は考えない。3) 初期たわみのみを考慮し、残留応力の影響は考えない。4) 主板が一方向に補剛されることを勘案し、降伏判定は半径・円周方向の直応力 σ_r, σ_θ とせん断応力 $\tau_{r\theta}$ からそれぞれ単独に実施され、それらの応力が降伏点応力に達すれば、部材に塑性化が生ずる。

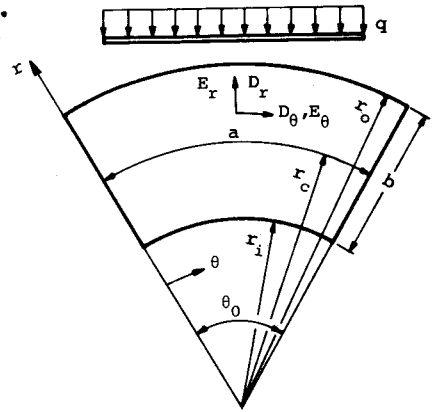


Fig. 1

(1) 基礎微分方程式 Lin³⁾, Massonnet⁴⁾は塑性化を考慮した板の変形の追跡を行うため、接線・割線係数法理論のようなその都度の板剛性の修正を行わなくてもよい弾塑性解析法を提案した。この方法は部材の塑性化の影響を巧みに表現し、それと等価な仮想荷重を本来の作用荷重に付加し、両荷重下での弾性解析から弾塑性解を得ようとするものである。扇形補剛板の弾塑性有限変位解析にこの方法を適用すれば、半径、円周および鉛直方向の力のつり合い式がつきのように求められる。

$$-\frac{E_r}{r^2} u + \frac{E_r}{r} u_{,r} + E_r u_{,rr} + \frac{E_\theta}{r^2} u_{,\theta\theta} - \frac{E_\theta + E_{r0}}{r^2} v_{,0} + \frac{E_r + E_{r0}}{r} v_{,r0} \\ = -\frac{E_r - E_\theta}{2r} (\bar{w}_{,r}^2 - \bar{w}_{,\theta}^2) + \frac{E_\theta + E_r}{2r^2} (\bar{w}_{,0}^2 - \bar{w}_{,\theta}^2) - E_r (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,rr} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta r}) - \frac{E_{r0}}{r^2} (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,r0} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta 0}) \\ - \frac{E_r + E_{r0}}{r^2} (\bar{w}_{,0} \bar{w}_{,r0} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta 0}) + N_{r,r}^p + \frac{1}{r} N_{r,\theta}^p + \frac{1}{r} (N_r^p - N_\theta^p), \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{E_\theta + E_{r0}}{r^2} u_{,0} + \frac{E_r + E_{r0}}{r} u_{,r0} - \frac{E_{r0}}{r^2} v + \frac{E_{r0}}{r} v_{,r} + E_{r0} v_{,rr} + \frac{E_\theta}{r^2} v_{,\theta\theta} \\ = -\frac{E_{r0}}{r^2} (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,r0} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta 0}) - \frac{E_{r0}}{r} (\bar{w}_{,0} \bar{w}_{,rr} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta r}) - \frac{E_\theta}{r^2} (\bar{w}_{,0} \bar{w}_{,r0} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta 0}) \\ - \frac{E_r + E_{r0}}{r} (\bar{w}_{,r} \bar{w}_{,r0} - \bar{w}_{,\theta} \bar{w}_{,\theta 0}) + N_{r0,r}^p + \frac{1}{r} N_{\theta,0}^p + \frac{2}{r} N_{r0}^p, \dots \dots \dots (2)$$

$$D_r (\bar{w}_{,rrrr} + \frac{2}{r} \bar{w}_{,rrr}) + 2(D_1 + 2D_{r0}) (\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r00} - \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r00} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) + D_\theta (\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta\theta\theta} - \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,rr} + \frac{2}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r}) \\ = D_r (\bar{w}_{,rrrr} + \frac{2}{r} \bar{w}_{,rrr}) + 2(D_1 + 2D_{r0}) (\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r00} - \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r00} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) + D_\theta (\frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta\theta\theta} - \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,rr} + \frac{2}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,r}) \\ + \bar{w}_{,rr} [E_r (u_{,r} + \frac{1}{2} \bar{w}_{,r}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{,\theta}^2) + E_r \{ \frac{1}{r} (u + v_{,0}) + \frac{1}{2r^2} \bar{w}_{,\theta}^2 - \frac{1}{2r^2} \bar{w}_{,\theta}^2 \}] \\ + (\frac{1}{r} \bar{w}_{,r} + \frac{1}{r^2} \bar{w}_{,\theta\theta}) [E_r (u_{,r} + \frac{1}{2} \bar{w}_{,r}^2 - \frac{1}{2} \bar{w}_{,\theta}^2) + E_\theta \{ \frac{1}{r} (u + v_{,0}) + \frac{1}{2r^2} \bar{w}_{,\theta}^2 - \frac{1}{2r^2} \bar{w}_{,\theta}^2 \}]$$

$$+2E_{r0}(-\frac{1}{12}\bar{w}_{,0}+\frac{1}{12}\bar{w}_{,r0})(\frac{1}{12}u_{,0}+\frac{1}{12}v_{,r}+\frac{1}{12}\bar{w}_{,r}\bar{w}_{,0}-\frac{1}{12}\bar{w}_{,0}\bar{w}_{,r})-\frac{2}{3}M_{r,r}^p-M_{r,rr}^p+\frac{1}{3}M_{0,r}^p$$

$$-\frac{1}{12}M_{0,00}^p-\frac{2}{3}M_{r0,0}^p-\frac{2}{3}M_{r0,r}^p-N_r^p\bar{w}_{,rr}-N_0^p(\frac{1}{12}\bar{w}_{,r}+\frac{1}{12}\bar{w}_{,00})-2N_{r0}^p(-\frac{1}{12}\bar{w}_{,0}+\frac{1}{12}\bar{w}_{,r0}), \dots (3)$$

ここに、 u, v は半径および円周方向の変位、 $\bar{w}$ は鉛直方向にわみで初期にわみ $\bar{w}_0$ と荷重による付加にわみ $\bar{w}$ の和で与えられる。 E_r, E_0 はそれぞれ直交異方性扇形板の半径および円周方向伸び剛度、 E_{r0} はせん断剛度、 $E_r = \nu_0^p E_r = \nu_r^p E_0$ で ν_r^p, ν_0^p は伸びに関するポアソン比である。 D_r, D_0 は曲げ剛度、 D_{r0} はねじれ剛度、 $D_r = \nu_0^p D_r = \nu_r^p D_0$ で ν_r^p, ν_0^p は曲げに関するポアソン比である。コンマの後の添字はそれに関する偏微分を表す。たとえば、 $u_{,r} = \partial u / \partial r$ 。

式(1)~(3)の下線部が部材の塑性化を加味するために導入された仮想荷重の項である。仮想断面力 $N_r^p, N_0^p, N_{r0}^p, M_r^p, M_0^p, M_{r0}^p$ は弾性状態を仮定して求められる応力が降伏点応力を超過する場合に生じ、その差を積分することによって与えられ、つぎのようになる。

$$N_r^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_r^e}{t} + \frac{12M_r^e}{t^3} z' - \sigma_Y \right) \right\} dz', \quad M_r^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_r^e}{t} + \frac{12M_r^e}{t^3} z' - \sigma_Y \right) \right\} z' dz', \dots (4)$$

$$N_0^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_0^e}{t} + \frac{12M_0^e}{t^3} z' - \sigma_Y \right) \right\} dz', \quad M_0^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_0^e}{t} + \frac{12M_0^e}{t^3} z' - \sigma_Y \right) \right\} z' dz', \dots (5)$$

$$N_{r0}^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_{r0}^e}{t} + \frac{12M_{r0}^e}{t^3} z' - \sigma_Y / \sqrt{3} \right) \right\} dz', \quad M_{r0}^p = \int \left\{ \pm \left(\frac{N_{r0}^e}{t} + \frac{12M_{r0}^e}{t^3} z' - \sigma_Y / \sqrt{3} \right) \right\} z' dz', \dots (6)$$

ここに、 N_r^e, N_0^e, N_{r0}^e は弾性状態の仮定のもとで求められる膜力および膜せん断力、 M_r^e, M_0^e, M_{r0}^e は曲げおよびねじれモーメントである。 t は主板厚、 b_0 は補剛板間隔、 c_0, t_0 は補剛板の高さと厚さ、 I_0 は主板と一本の補剛板からなるT断面柱の断面2次モーメント、 σ_Y は降伏点応力である。 z', z'' はT断面柱と主板の中立軸からの距離を示す。式中、複号のうち、作用応力が正の場合+、負の場合-を用いる。

(2)境界条件 面内変形が周辺で拘束され ($u=v=0$)、周辺単純支持 ($w=M_n=0$) とする。

3.数値解析法 上述の条件のもとで基礎微分方程式を厳密に解くことは極めて困難である。ここでは差分法を適用し、非線形多元連立代数方程式に変換し、反復法によって所要の精度の解を求める。多元連立方程式の解法には三角分解法を用い、演算時間の節約を図る。

4.数値計算結果 数値解析結果の一例として、 $a/b=1$ 、

$D_0/D_r=344, E_0/E_r=1.5, \sigma_Y=24 \text{ kg/mm}^2$ の補剛板を対象に扇形板固有のパラメータである曲率半径比 r_1/r_0 と弾塑性曲げ挙動との関係を調べる。周辺単純支持で等分応荷重荷重の場合の板中央点の荷重-たわみ曲線を Fig. 2 に示す。参考までに、図中には弾塑性微小変位解析の結果¹⁾ も示した。分割数は $n_r=n_0=16$ である。また、 $M_p=\sigma_Y t^2/4$ である。長方形板に比較して扇形板 ($r_1/r_0=0.75, 0.5$) では初期降伏が早く発生するため、初期の段階では変形は長方形板より大きい。膜作用が顕著になるに従って逆に小さな変形に移行するようになる。

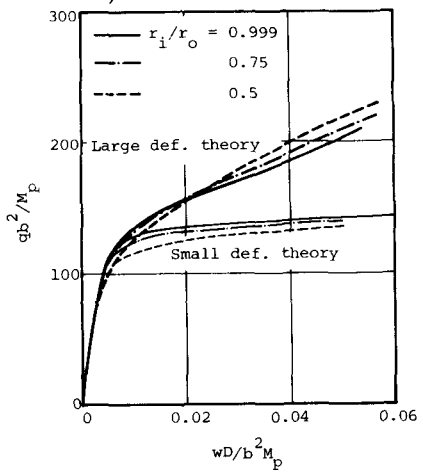


Fig. 2

1) Dogaki, M. and H. Yonezawa: *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 30, pp. 121~133, 1981-12. 2) 廖垣・米沢: 第37回土木学会年次学術講演会講演概要集, I-152, 1982-10. 3) Lin, T.H.: *Theory of Inelastic Structures*, John Wiley & Sons, 1968. 4) Massonnet, Ch.: *General theory of elasto-plastic membrane-plates*, Engineering Plasticity, Cambridge, 1969.