

積分方程式法による斜面の動的解析

京都大学工学部

正員 小林昭一

京都大学工学部

正員 西村直志

中央復権コンサルタント

正員 田底成智

1. はじめに

積分方程式法は古典ポテンシャル理論より導かれた方法であり、その特徴として有限要素法に比べて1次元低い次元で解析できることと、外部境界値問題に適していることが挙げられる。本研究に於いては、段差のある半無限地盤にP波、SV波が入射した場合の動的解析と、その解析法の妥当性の検討を試みる。

2. 定式化

Somigliana の積分方程式によりは次式が成立している。

$$K(\infty)u_s(\infty) = \int_S \{ \Gamma_{11}^{(1)}(\alpha, y) t_1(y) - u_1(y) \Gamma_{11}^{(0)}(\alpha, y) \} dS(y), \quad K(\infty) = \begin{cases} 1 & \alpha \in D \\ 1/2 & \alpha \in S \\ 0 & \alpha \notin D, \alpha \notin S \end{cases} \quad (1)$$

$u_s(\infty)$, $t_s(\infty)$ は変位ベクトル, 表面力ベクトルであり, $\Gamma_{11}^{(0)}(\alpha, y)$ は2次元弾性定常状態の基本特異解である。境界条件は境界Sにおいて表面力が0であることである。すなわち

$$t_s(\alpha) = 0, \quad \alpha \in S \quad (2)$$

この条件(2)を用いて、radiation-condition を満足する散乱波 u_s について積分方程式を立て、これを解けば境界における変位ベクトルを求めることができる。

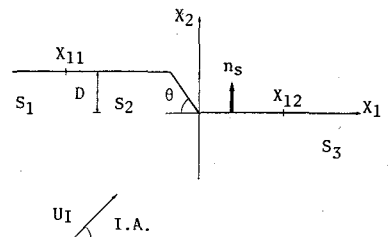
3. 段差のある半無限地盤への適用

具体的な手法としては、段差よりある程度離れた所では段差の影響は十分小さいものと仮定し、半無限弾性体の場合の解を適用し、段差もしくはその近傍では数値積分法を適用することにする。

(1) 数学的モデル

fig. 1 に示す数学的モデルを考える。段差D、傾斜角 θ とする。式(1)における α を境界S上に極限移行すれば散乱波について次式を得る。

$$\frac{1}{2}u_s = \int_S \Gamma_{11} t_s dS - \int_S \Gamma_{11} u_s dS, \quad S = S_1 + S_2 + S_3 \quad (3)$$



ここに t_s は散乱波による表面力である。条件(2)より式(3)を>射波による表面力 t_s を用いて表わすと次式のようになる。

$$\frac{1}{2}u_s + \int_{S_2} \Gamma_{11} u_s dS_2 = - \int_{S_1} (\Gamma_{11} t_s + \Gamma_{11} u_s) dS_1 - \int_{S_3} (\Gamma_{11} t_s + \Gamma_{11} u_s) dS_3 - \int_{S_2} \Gamma_{11} t_s dS_2 \quad (4)$$

Shoichi KOBAYASHI, Naoshi NISHIMURA, Naritomo TASOKO

(ii) 仮定

物理的に考えると、この段差による影響は無限に遠い所ではないものと考えられるから S_1 面での散乱波は $x=0$ なる面での散乱波、 S_3 面での散乱波は $x=0$ なる面での散乱波とみなすことができる。したがって、それぞれの散乱波を U_2^+ , U_3^- とおけば、式(4)は以下のようになる。

$$\frac{1}{2} U_5 + \int_{S_2} \Gamma U_5 dS_2 = - \int_{S_1} (\Gamma t_I + \Gamma_I U_5^+) dS_1 - \int_{S_3} (\Gamma t_I + \Gamma_I U_5^-) dS_3 - \int_{S_2} \Gamma t_I dS_2 \quad (5)$$

(iii) 段差の角での影響係数の算定

fig. 2 に示すような段差の角 A, B では角であることによる影響係数を算定する必要がある。影響係数は次式のように定義される。

$$C_{ij} = \left\{ \lambda \Gamma_{ij}(\alpha, y) m_i + \mu (\delta_{ij} \Gamma_{ij} + \delta_{ij} \Gamma_{ij}) m_j \right\} dS \quad (6)$$

λ, μ は Lamé の定数, m_i は法線ベクトル, δ_{ij} は Kronecker のデルタである。また S_x は図中の円弧である。 $R = |x - y|$ とおき、式(6)の計算は次式に従う。

$$\Gamma_{ij}(\alpha, y) = - \frac{1}{4\pi\mu(\lambda + 2\mu)} \left\{ (\lambda + 3\mu) \delta_{ij} \frac{y_i - x_i}{R} + (\lambda + \mu) \frac{(\delta_{ij}(x_j - y_j) + (x_i - y_i) \delta_{ij}) R^2 + 2(y_i - x_i)(x_i - y_i)(x_j - y_j)}{R^3} \right\} \quad (7)$$

いま $R = 1$ とおけば $m_i = x_i - y_i$ となり式(7)を用いて式(6)を角のまわりの積分すれば影響係数が求められる。

(iv) 結果

S_1, S_3 上の積分はフーリエ変換を介して contour integral に帰着して評価すれば式(4)の右辺は既知となり、 S_2 上の積分方程式となる。一例として入射波、入射角 60° 、傾斜角 60° 、ポアソン比 0.25 、波数 $\times$ 段差 $= 0.69$ の場合を fig. 3 に示す。有限区間 S_2 は両側に 1 波長分ずつとった。この図より両端の変位ベクトルの乱れはなく、変位の振幅は段差の上側よりも下側の方が大きく、また段差から遠ざかるほど振幅が小さくなること等がわかる。なお、詳細な計算方法及び結果の報告、また本解析法の妥当性の検証については当日発表する。

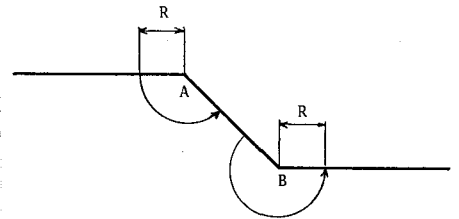


fig. 2

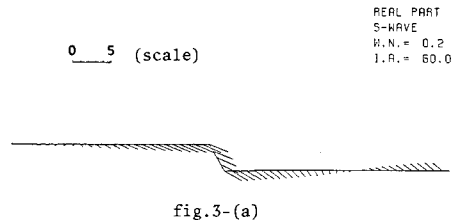


fig. 3-(a)

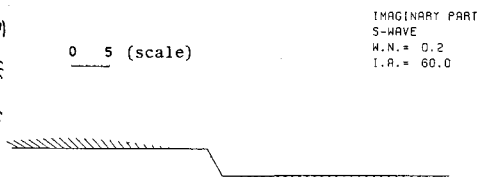


fig. 3-(b)