

## 積分方程式法による半無限基本解を用いた動的解析

京都大学 正員 小林 昭一  
 新日本製鐵 正員 ○木下 雅敬  
 京都大学 正員 西村 直志

## 1. はじめに

本研究は、半無限地盤に構造物が載った様な二次元モデルにP波およびSV波が入射した際の定常状態の応答を、境界積分方程式法を用いて数値解析するものである。このとき地盤、構造物ともに線型な弾性体であると仮定する。この種の問題は無限領域の基本解を用い、定式化することができる。この場合、地盤表面上の積分は無限遠にまで及びわけであるが、従来ではこの積分を有限までしか考えず、それ以遠の影響はほとんどないとして仮定して解析を行って来た。さて、ここでもし半無限空間の表面で traction free である様な Green 関数を求めることが出来れば、上の様な仮定をせずに直接問題を解くことが出来る。実際この様な Green 関数は積分形式で求めることが出来、数値積分することにより、その値を知ることが出来る。本研究では、この半無限の Green 関数を用い、問題を解析し、また従来の手法との比較を行うことにより従来手法の妥当性を検討する。

## 2. 半無限領域の基本解

fig. 1 に示す様な  $x_2 \geq 0$  を占める半無限領域を考える。  
 点  $\xi = (0, c)$  に Point force  $f_j = \delta_{ij} \delta(x - \xi)$  を与えた時、 $x_2 = 0$  表面において traction free の境界条件を満足する。任意点  $x = (x_1, x_2)$  における変位を求める。これを半無限領域の Green 関数または半無限領域の基本解と呼ぶ。半無限領域の基本解  $G_j^{(R)}(\xi, x)$  は次の様に求まる。

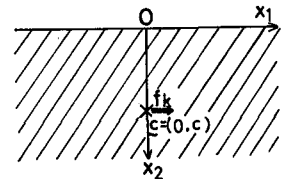


fig. 1

$$G_j^{(R)}(\xi, x) = \bar{T}_j^{(R)}(\xi, x) + \bar{T}_j^{(R)}(-\xi, x) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A_j^{(R)}(\gamma) e^{i\gamma x_1} d\gamma \quad \dots (1)$$

$$A_1^{(0)} = -\frac{\gamma^2}{\mu F(\gamma) R_T^2} (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_T} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_L}) (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_T} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_L}) \dots (2)$$

$$A_2^{(0)} = -\frac{i\gamma}{\mu F(\gamma) R_T^2} (2\gamma^2 e^{-\gamma_2 R_T} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_L}) (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_T} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_L}) \dots (3)$$

$$A_1^{(2)} = \frac{i\gamma}{\mu F(\gamma) R_T^2} (2\gamma^2 e^{-\gamma_2 R_L} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_T}) (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_L} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_T}) \dots (4)$$

$$A_2^{(2)} = -\frac{\gamma^2}{\mu F(\gamma) R_T^2} (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_L} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_T}) (2R_L R_T e^{-\gamma_2 R_L} - (2\gamma^2 - R_T^2) e^{-\gamma_2 R_T}) \dots (5)$$

$$F(\gamma) = (2\gamma^2 - R_T^2)^2 - 4\gamma^2 R_L R_T \text{ (Rayleigh Function)}, \quad R_L = \sqrt{\gamma^2 - R_T^2} \quad R_T = \sqrt{\gamma^2 - R_T^2}$$

$R_L, R_T$ ; P波およびS波の波数

$$\bar{T}_j^{(R)}(\xi, x) = \frac{i}{4\mu} [H_0''(R_L r) \delta_{ij} - \frac{1}{R_T^2} \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \{H_0''(R_L r) - H_0''(R_T r)\}] \text{ (無限領域の基本解)} \dots (6)$$

$H_0''$ ; 第一種0次のHankel関数,  $r = |x - \xi|$

Shōichi KOBAYASHI Masanori KINOSHITA Naoshi NISHIMURA

### 3. 半無限地盤-構造物系の定式化

#### (a) 半無限問題

変位ベクトル  $u^{(ex)}$ , 表面力ベクトル  $t^{(ex)}$  をそれぞれ次の様な和として考える。

$$u^{(ex)} = u^I + u^R + u^P \quad \dots (7)$$

$$t^{(ex)} = t^I + t^R + t^P \quad \dots (8)$$

$u^I, t^I$ ; 入射波による変位および表面力ベクトル

$u^R, t^R$ ; 自由表面での平面反射波による変位および表面力ベクトル

$u^P, t^P$ ; 構造物があるための攪乱による反射波の変位および表面力ベクトル

$u^P, t^P$  については radiation condition を満足するとして、境界積分方程式を立てる。このとき半無限領域の基本解を用い。

$$\frac{1}{2} u_k^P(x) = \int_{S_1} G_{kj}^{(R)}(x, y) t_j^P(y) dS_y - \int_{S_1} G_{ij}^{(R)}(x, y) u_j^P(y) dS_y \quad x \in S_1 \quad \dots (9)$$

#### (b) 内部問題

無限領域の基本解  $\bar{u}, \bar{t}$  を用い

$$\frac{1}{2} u_k^{(in)}(x) = \int_{S_1+S_3} \bar{G}_{kj}^{(R)}(x, y) t_j^{(in)}(y) dS_y - \int_{S_1+S_3} \bar{G}_{ij}^{(R)}(x, y) u_j^{(in)}(y) dS_y \quad x \in S_1 + S_3 \quad \dots (10)$$

#### (c) 連結条件

$$u^{(ex)}(x) = u^{(in)}(x) \quad x \in S_1 \quad \dots (11)$$

$$t^{(ex)}(x) + t^{(in)}(x) = 0 \quad x \in S_1 \quad \dots (12)$$

#### (d) 境界条件

$$t^{(in)}(x) = 0 \quad x \in S_3 \quad \dots (13)$$

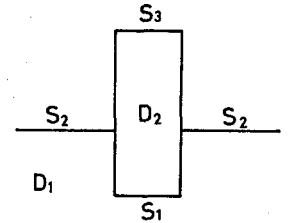


fig. 2 (a)

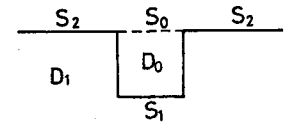


fig. 2 (b)

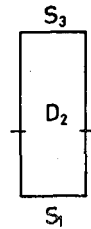
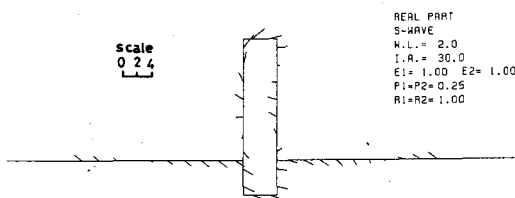


fig. 2 (c)

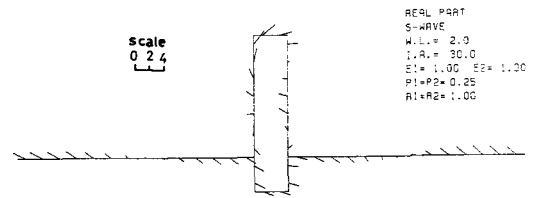
### 4. 解析例

fig. 3. に示すものが、半無限領域の基本解を用いた解析例。fig. 4 は fig. 3 と全く同じ条件で、無限領域の基本解を用い、 $S_2$  上の積分を有限で切、てしまった解析例である。両者の結果はほとんど変わらない。詳細は当日発表する予定である。



半無限の基本解を用いた方法

fig. 3



無限領域の基本解を用いた方法

fig. 4