連続梁の固有振動解析法に関する一考察

綜合技術コンサルタント　正　横井　昭彦
〃　正　○久保　雅邦
〃　間所　晶子

1. まえがき

連続梁の固有振動解析法としては，従来より振動たわみ角法(1)，動力学的三・四連モーメント法(2)，あるいは結合法(3)等が知られている。それぞれ，構造解析で言う変形法や応力法を応用したものであり，基本的には不静定変位や不静定力を未知数として同次連立方程式を導き，その係数行列を用いて固有振動数を求め，次いで振動モードを求める方法がとられている。ところが，連続梁が弾性節点や弾性支点を有する場合，これらの方法では数値計算上の問題が起こり得る。これに対して本研究では，振動モードを表わす積分定数を未知数として固有値解析を行う方法を提案するもので，任意の条件を持つ連続梁に対して，汎用的な解析方法を求めることを主旨としている。解析方法の概要については，既に発表しているが(4)，本報告は数値計算上の問題を中心に比較考察するものである。

2. 解析方法の比較

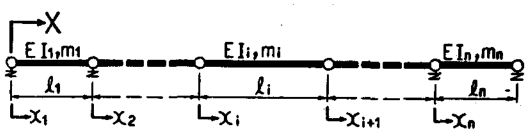
図－1に示す連続梁について，梁の動たわみ $Y(t,x)$ を一般座標と振動モードとで表わす。

$$Y(t,x)=\sum_{n=1}^{\infty} q_n(t)\cdot\phi_n(x) \qquad (1)$$

$$\phi_n(x)=A_n\cdot\cos\beta_n x+B_n\cdot\sin\beta_n x+C_n\cdot\cosh\beta_n x+D_n\cdot\sinh\beta_n x \qquad (2)$$

$$\lambda_n=\beta_n\cdot l \qquad (3)$$

λ_n は固有振動数に関する変数であり，積分定数 $A_n \sim D_n$ 及び β_n, λ_n は各径間ごとに求められる。梁部材の変形（たわみ，回転角）と断面力（曲げモーメント，せん断力）及び積分定数をベクトル表示し，固有振動数に関する係数マトリックスを用いて表わす。（(4),(5)式）振動たわみ角法と本解法との比較を，これらのベクトルとマトリクスの変換によって表わすと表－1のようであり，両者の比較点を併記する。表の上から下へ，解析の過程を表わす。



図－1

表－1

基本式	$\mathbb{V}=A_1\cdot\mathbb{C}$ ──(4)　$\mathbb{F}=A_2\cdot\mathbb{C}$ ──(5)		
	振動たわみ角法	本解析の方法 a. $\mathbb{K}$が小さい場合	本解析の方法 b. $\mathbb{K}$が大きい場合
平衡条件	$\mathbb{F}=A_2\cdot A_1^{-1}\cdot\mathbb{V}$ $\mathbb{F}=\mathbb{K}\cdot\mathbb{V}$	$\mathbb{F}=\mathbb{K}\cdot\mathbb{V}$ $\therefore \mathbb{F}=\mathbb{K}\cdot A_1\cdot\mathbb{C}$	$\mathbb{V}=\mathbb{K}^{-1}\cdot\mathbb{F}$ $\therefore \mathbb{V}=\mathbb{K}^{-1}A_2\mathbb{C}$
固有振動数	$\mathbb{O}=[A_2A_1^{-1}-\mathbb{K}]\cdot\mathbb{V}$ $\therefore \lvert A_2\cdot A_1^{-1}-\mathbb{K}\rvert=0$	$\mathbb{O}=[\mathbb{K}A_1-A_2]\mathbb{C}$ $\therefore \lvert\mathbb{K}\cdot A_1-A_2\rvert=0$	$\mathbb{O}=[A_1-\mathbb{K}^{-1}A_2]\mathbb{C}$ $\therefore \lvert A_1-\mathbb{K}^{-1}A_2\rvert=0$
振動モード	$\mathbb{C}=A_1^{-1}\cdot\mathbb{V}$		
比較	・$A_2\cdot A_1^{-1}$を誘導必要 ・$\lvert A_2\cdot A_1^{-1}-\mathbb{K}\rvert$が特異となることがある。	・式の誘導が容易 ・任意の$\mathbb{K}$に対してa.，b.を使い分けられる為，解が発散しない。	

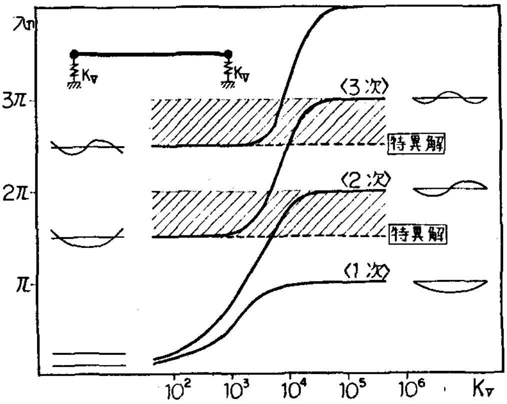
$\mathbb{V}$：変形ベクトル　$\mathbb{C}$：積分定数ベクトル
$\mathbb{F}$：断面力ベクトル　$\mathbb{K}$：バネ定数マトリクス
A_1, A_2：係数マトリクス

Akihiko YŌKOI, Masakuni KUBŌ, Akiko MADŌKORŌ

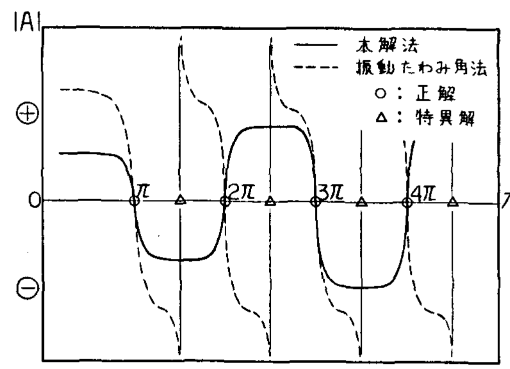
3. 数値計算の検討

表−1の固有振動数を求める振動数方程式は，いずれも（径間数×4）次の行列式となり"はさみ打ち法"を用いて解く。

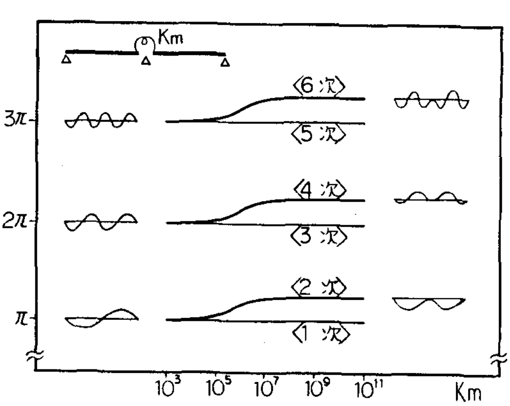
単純梁の弾性支点（鉛直バネ）を任意に変えて固有値を求めると，図−2のように変化し，同じく行列式の値は図−3のように変化する。図中，振動たわみ角法では△印で示す特異解が存在し，低次から高次へ順次解を求める場合，特異解を解としてしまう。さらに図−2のK_vが小さい範囲では，特異解と正解とが近接する為実用的なはさみ打ちが困難となる。一方，本解法では特異解が存在せず，確実に正解を求めることが可能である。以上の問題は，図−2の斜線で示すように2つの正解が交錯する場合に生ずる。例えば，図−4に示すような振動特性の場合には正解が交錯せず，特異解が存在しない。



図−2



図−3



図−4

4. あとがき

本研究では，任意の弾性節点や弾性支点を有する連続梁の固有振動解析法を求めたが，従来の方法に比べ次の点においてすぐれた方法であると思われる。

(1) 手法が簡単であり電算プログラム化に有利である。

(2) 数値計算上特異解が存在せず，汎用性が高く実用的である。

さらに本解法は，連続梁のみならず任意の骨組構造に適用することが可能と思われるが，この点に関しては現在研究中である。尚計算には，ACOS350を使用した。

（参考文献）

(1) 梅村他，建築学大系第19巻，彰国社 昭48.5 P.118
(2) 岡本，建設技術者のための振動学，オーム社 昭42.5 P.119
(3) 平井，結合法による弾性支承を有する連続梁の動的解析，論文集No.104
(4) 久保・坂野，弾性節点・弾性支点を有する連続梁の固有振動解析，第37回年次会.