構造解析における非線形連立方程式の効率的解法について

京都大学工学部　正　員　丹羽義次　京都大学工学部　正　員　渡辺英一
高知工業高等専門学校　正　員　勇　秀憲　京都大学工学部　学生員○野邑敏行

1。はじめに

非線形連立方程式の汎用的な数値計算法は確立していない。　そこで，本研究では不安定性を含む幾何学的に非線形なモデルに対して代表的な解法を適用して数値解析し，その精度・効率・使用性等を考察する。

2。数値解析

数値計算法には代表的な自己修正型摂動法（ＳＰＭ），Newton－Raphson法（ＮＲ法），そしてHomotopy法を選択した。　解析モデルは，静的不安定現象を含む飛移，安定対称座屈，不安定対称座屈，非対称座屈の４つの形式を基本に選び，それぞれの形式に対して自由度を変化させたものを考える。

また，各モデルの無次元非線形連立方程式は次の形で与えられる。

$$f_i(x_j\ ,\lambda)=0\ ,(i,j=1\sim n)\cdots\cdots(1)$$

ここにx_jは変位成分，λは荷重パラメータを示す。　そして，ＳＰＭに関する基本式はtを摂動パラメータとすると，

$$\Delta f_i + z\Delta t\cdot f_i^{\circ}=0 \qquad \cdots\cdots(2)$$

と書け，また，ＮＲ法に関する基本式は，

$$\Delta x_j=-\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)^{-1} f_i^{\circ} \qquad \cdots\cdots(3)$$

と書ける。

3．数値解析結果

誤差を示す指標として(1)式の左辺の値f_iのノルム$\|f_i\|=\sqrt{f_1^2+\cdots+f_m^2}$を算出し，ＮＲ法ではこれを収束判定に利用した。

紙面の制約上自由度１の安定対称座屈，非対称座屈モデルに対する結果のみ表示する。

初めに，ＳＰＭによる解析結果を述べる。各モデルに対してＳＰＭを用いてパスを求める際，誤差は必ずしもＳＰＭの理論通りにe^{-zt}の形で減少しないことが判る（図－２，図－５参照）。　特に不安定座屈，非対称座屈モデルでは急激に誤差が増大することもある。　次に故意に釣り合いパス上にない初期値を与えたときの解析結果（図－３，図－６参照）を調べると，最初誤差はe^{-zt}として減少するが，やがて限界が現われそれ以上は減少しなくなる。　また，$z\Delta t$の値が1.0の時に最も誤差修正速度が速く，$1.4\sim1.6$程度に多少大きい方がパスに戻ってからの精度が良い。　結局，1.2程度が無難と思える。このことは自由度を上げても同様である。

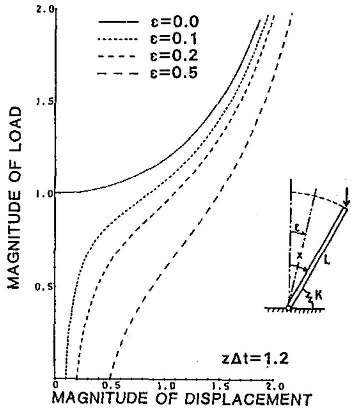
次に，ＮＲ法では収束条件が一定であると解曲線の非線形性の強い部分などで著しく反復回数の増加する場合がある。　この様な場合計算時間が非常に長くなるので，適宜収束条件を変えるなどの対応策が必要であろう。

4。結論

同じ増分幅で解析した結果，ＳＰＭはＮＲ法に比べて精度は劣るが，構造解析で要求される実用上の精度は満たされると言え，さらに各ステップ毎の計算時間は一定していた。

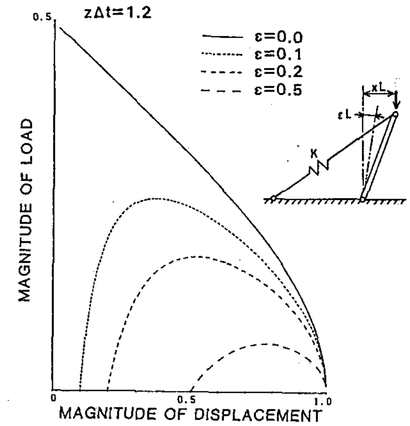
したがって，この種の問題では一般的にはＳＰＭを用い，精度が要求される場合にはＮＲ法を組み合わせるのが有効であろう。

Yoshiji NIWA , Eiichi WATANABE , Hidenori ISAMI , Toshiyuki NOMURA



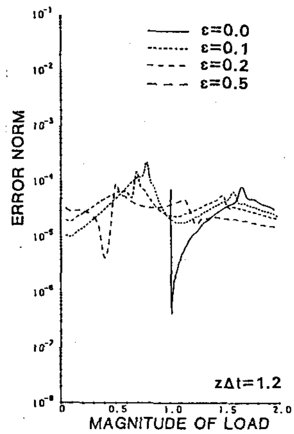
図－1

安定対称座屈モデルの釣り合いパス



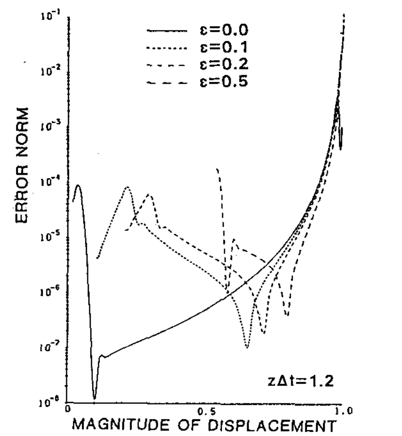
図－4

非対称座屈モデルの釣り合いパス



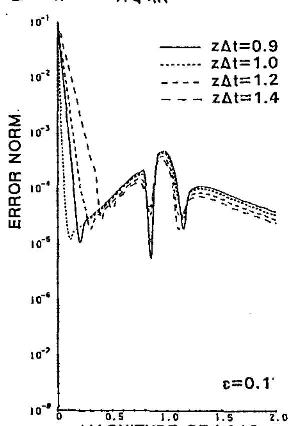
図－2

安定対称座屈モデルの荷重パラメータと誤差の関係



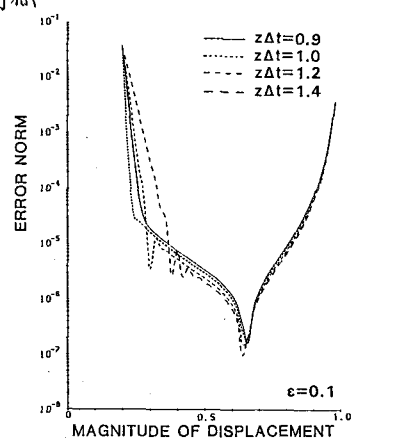
図－5

非対称座屈モデルの変位成分と誤差との関係



図－3

安定対称座屈モデルの誤差の収束と zΔt の値との関係



図－6

非対称座屈モデルの誤差の収束と zΔt の値との関係