

境界要素法による逆問題の一解析例

神戸大学工学部 正〇清水則一 正 桜井春輔

1. まえがき

通常、工学問題を数理的に取扱う時、現象を支配する方程式を導き、これを与えられた条件の下に解析する。例えば、問題が弾性問題として取扱える場合、運動方程式、変位-ひずみ式及び応力-ひずみ式を支配方程式とし、①物体の形状、②材料定数、③境界条件及び初期条件を与えて、解として場の変位、ひずみ及び応力を求めることになる。これに対して、場の変位、ひずみ、応力の一部あるいは全てをインプットデータとして与え、解として、形状、材料定数、荷重条件を求める問題がある。この種の問題は、通常解として得られる諸量をインプットデータとして、数理計画の手法を援用するという特徴を有し、逆問題、同定問題、特性化問題などと呼ばれている。

地盤工学の分野において、現場計測結果の評価問題には、上述の問題に属するものがある。本文は、トンネル掘削時に計測される変位の評価法の研究の一環として行った、逆問題の解析を示すものである。

2. 逆問題の設定と解析手順

逆問題の設定を次のように行う。

- ① 地山に対し解析モデルを設定する。
- ② モデルより測定される変位に対応する理論式を導く。この式には、モデルを決定するパラメータが含まれる。
- ③ 計測された変位を最も良く表現できるモデルのパラメータを決定する。

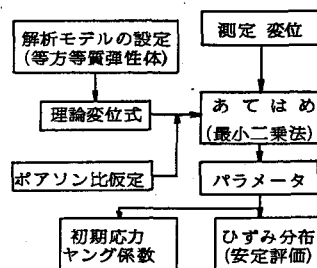


図-1 逆問題の設定と解析手順

求められたパラメータは、設定したモデルの中で、最も良く地山の変形挙動を表わすモデルを与える。本研究では、連続的な変形挙動を示す地山を想定して、解析モデルを等方等弾性体と設定する。解析手順は、次のようである(図-1参照)。

- ① 初期応力とヤング係数の比を解析モデルのパラメータとする。
- ② 内空変位、地中変位などを設定した解析モデルより求める。
- ③ ポアソン比を仮定すると、②で求めた理論変位式はパラメータと線形の関係になる。
- ④ 測定変位と理論変位式の間に最小二乗法を適用してパラメータを求める。

3. 境界要素法を利用した逆問題の定式化

設定した逆問題を境界要素法を利用して定式化する。

(a) 基礎式

弾性モデルによる理論変位式は、境界要素法を用いると次のように表わせる。²⁾

$$u_i(p) = \{F_i^*(p, v)\}^T \{\sigma_0^*\} \quad (1)$$

ただし、 $u_i(p)$ は点 p における変位ベクトル、 $\{\sigma_0^*\}$ はパラメータ(初期応力とヤング係数

の比) $\{\sigma_x^0/E, \sigma_y^0/E, \sigma_z^0/E, \tau_{yz}^0/E, \tau_{zx}^0/E, \tau_{xy}^0/E\}$ (図-2参照), $\{F^*(p)\}$ は影響係数で、トンネルの形状、点 p の位置及びポアソン比の関数である。理論変位式は、間接法、直接法どちらを用いても、式 (1) と同じ形になる。

(b) 相対変位

現場において計測される変位は相対変位である場合が多い。したがって、内空変位、地中変位を計測量とする本研究では、理論変位式を相対変位の式として表わしておく必要がある。図-3において、割線 I-I' に沿う二点 A, B 間の相対変位は、変位が微小であると仮定すれば次式で表わされる。

$$\Delta l_{II'} = \sum_{i=1}^3 (v_i - u_i) \cos \phi_i \quad (2)$$

ただし、 u_i 及び v_i は、それぞれ、点 A, B における変位ベクトルの成分、 $\cos \phi_i$ は割線 I-I' の方向余弦である (図-3参照)。

(c) 最小二乗法

測定された変位を $\{u\}$ で表わし、対応する理論式を式 (1) 及び (2) を用いて求め、これを次式で表わす。

$$\{u\} = [F] \{\sigma^*\} \quad (3)$$

ポアソン比を仮定し、 $\{u\}$ と $\{u\}$ の残差の二乗和を最小にするパラメータを求める (最小二乗法の適用)。パラメータは次式で求められる。

$$\{\sigma^*\} = ([F]^T [F])^{-1} [F]^T \{u\} \quad (4)$$

パラメータより地山のひずみ分布を推定すれば、直接ひずみ評価法を適用してトンネルの安定評価が可能である。また、初期応力及びヤング係数の推定もできる。

4. 計算機によるシミュレーション

図-4に示す解析モデルを用いてシミュレーションを行なった。測定値として弾性変位解にばらつきを与えたものを用いた。図-5, 6に計測パターンの例を示し、それぞれシミュレーションを行って得たパラメータの変動係数を表1, 2に示す。これより、あるパターンを除いて安定した解を得ている。変動係数の大きいパターンは、計測パターンとして良くないと考えられる。

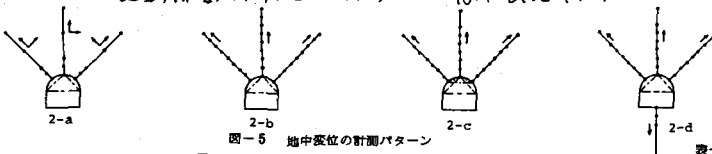


図-5 地中変位の計測パターン

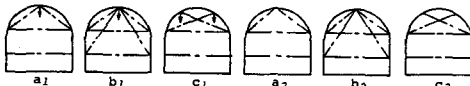


図-6 内空変位の計測パターン

5. おさひ

本文では、トンネルの問題を例にとり、境界要素法を利用した逆問題の一解析例を示した。

参考文献 1) Cividini, A. et al., Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., 1981, pp. 487 2) 森村, 花井, 第5回地盤工学シンポジウム, 1983, pp. 175 3) 森村, 土壌地盤工学, 16, 317, 1982, pp. 93

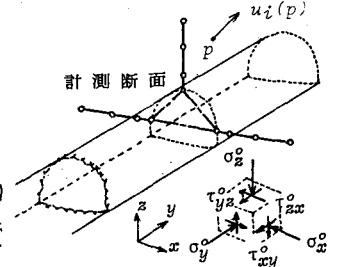


図-2 記号の説明 (トンネル)

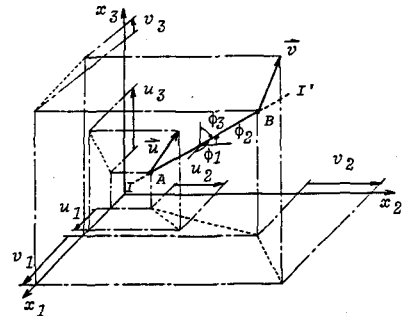


図-3 割線 I-I' に関する相対変位

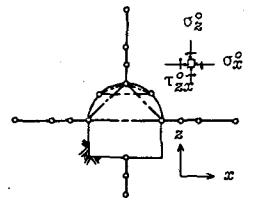


図-4 解析モデル

表-1 初期応力パラメータの変動係数

	2-a	2-b	2-c	2-d
計測数	27(3)	27(3)	27(6)	27(3)
S_x	0.4912	0.5350	0.5135	0.5455
S_y	0.3221	0.2866	0.4595	0.2914
S_{xx}	0.7882	0.8454	0.3344	0.9150

表-2 初期応力パラメータの変動係数 (内空変位)

	a1	b1	c1	a2	b2	c2
計測数	5	7	6	4	6	4
S_x	0.4815	0.4580	0.4384	0.5663	0.4616	1.1368
S_y	0.7304	0.6047	0.6220	1.3482	0.7809	3.4428
S_{xx}	1.3863	1.0975	1.3183	1.3863	1.0975	1.4648