

半無限弾性体中に埋め込まれた弾性棒の挙動の解析

福井大学工学部

正員 福井卓雄

マエダ・エンジニアリング

正員 ○今村貞勝

はじめに

本研究は、半無限弾性体中に埋め込まれた弾性棒に外力が作用したときの棒の挙動を解析することを目的とする。このような問題は、地山に埋め込まれたロックボルト、地盤中のくい、鉄筋コンクリートなどのように、3次元の広がりを持つ固体中に棒状の補剛材が埋め込まれた場合の棒の補剛効果を推測する上で最も基本的な問題であり、一種の応力伝達問題である。

半無限弾性体中の弾性棒^{(1),(2)}

図1に示すように、半無限弾性体中に長さ l の弾性棒が埋め込まれ、棒の自由端に外力が作用する問題を考える。この問題は半無限弾性体が弾性棒の部分だけ補剛されると解釈することができる。周辺弾性体のヤング率、せん断弾性係数を E, G 、弾性棒のそれらを E', G' とすると、この仮想的な補剛棒の弾性係数は、

$$E^* = E' - E, \quad G^* = G' - G$$

となる⁽¹⁾

仮想補剛棒には、軸力 N^* 、曲げモーメント M^* 、せん断力 Q^* の仮想断面力が生ずるが、補剛棒と周辺弾性体との間の適合条件およびつり合い条件より、これらの断面力は次の形の積分方程式を満足しなければならない。⁽²⁾

$$\begin{bmatrix} \left\{ \frac{1}{E^*} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} \right\} N^*(z) \\ \left\{ \frac{1}{E^*} + \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{(1-\nu)E} \right\} M^*(z) \\ \left\{ \frac{1}{G^*A} + \frac{\alpha}{2\pi\alpha^2(1+\nu)E} \right\} Q^*(z) \end{bmatrix} = \frac{1+\nu}{8\pi(1-\nu)E} \begin{bmatrix} A_0(z) & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\alpha\beta} B_0(z) & e_{3\alpha\beta} C_0(z) \\ 0 & e_{3\alpha\beta} D_0(z) & \delta_{\alpha\beta} E_0(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_0 \\ M_{0\beta} \\ Q_{0\beta} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$+ \int_0^l \begin{bmatrix} A(z, \zeta) & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{\alpha\beta} B(z, \zeta) & e_{3\alpha\beta} C(z, \zeta) \\ 0 & e_{3\alpha\beta} D(z, \zeta) & \delta_{\alpha\beta} E(z, \zeta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N^*(\zeta) \\ M^*(\zeta) \\ Q^*(\zeta) \end{bmatrix} d\zeta \quad \left. \vphantom{\int_0^l} \right\}$$

ここで、 $N_0, M_{0\alpha}, Q_{0\alpha}$ は棒の自由端に作用する外力である。また特に丸棒の場合には、影響関数 A_0, B_0, C_0, D_0, E_0 、核 A, B, C, D, E などは完全楕円積分で表わすことができる⁽²⁾。

解析方法

方程式(1)は通常は特異積分方程式である。特に、丸棒の場合には、積分核は完全楕円積分で表わすことができる。以上のことをふまえて、ここでは、丸棒について次の手順で解析を行なった。

1. 完全楕円積分の特性から積分核の特異性を評価する。通常、これらの特異性は、 $\log |z-s|$ の程度である。
2. 積分核を特異部分と regular な部分に分離する。
3. 棒の全長を適当な区間に分割し、各区間で補剛断面力は線形に変化すると仮定する。
4. 3の仮定により、積分方程式を離散化する。このとき、影響係数を決定する積分において、積分核の特異部分については解析的に積分し、regular な部分については Gauss 積分で評価した。
5. 補剛断面力が求まった後、周辺弾性体の棒の部分の応力を求め、これらの合力・合モーメントとして、弾性棒の断面力を決定した。

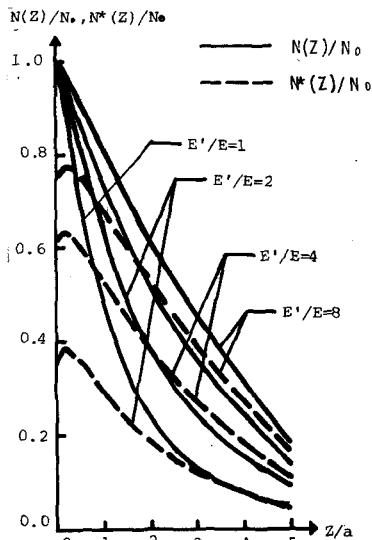


Fig 2 $1/a = 5$ $\nu = 0.25$

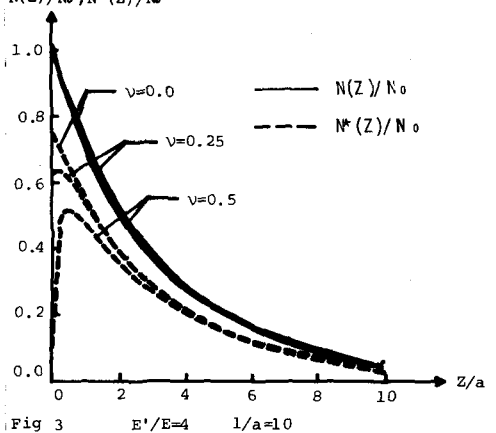


Fig 3 $E'/E=4$ $1/a=10$

解析例

図2-4に、自由端に圧縮(または引張)力が作用した場合、棒の長さ l と $N(Z)/N_0, N^*(Z)/N_0$

半径、周辺弾性体のポアソン比、これらの弾性係数の比率を変化させたときの軸力および補剛軸力の分布を示す。棒の弾性係数が大きい程、棒の荷重負担率が大きく遠達性があること、周辺弾性体中の棒端付近において急激に荷重負担が減少すること等の特徴が見られる。

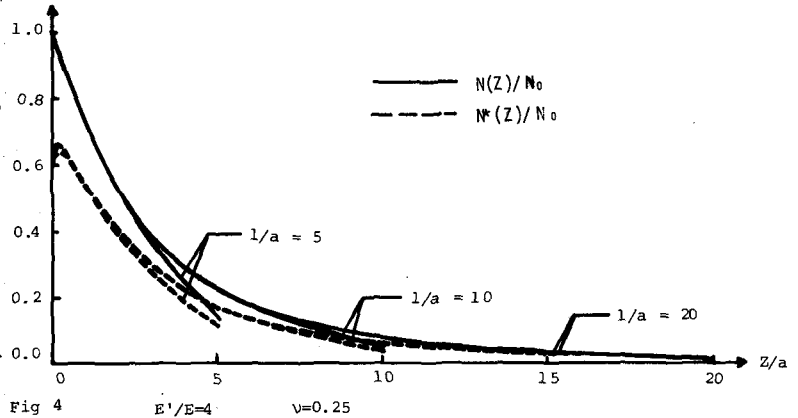


Fig 4

$E'/E=4$

$\nu=0.25$

参考文献 (1) 福井：第34回土木学会年次学術講演会講演概要集

(2) 福井，進士：昭和55年度関西支部年次学術講演会講演概要